1 年数学　探究の時間 X

正十二面体一周

2021 年 1 月

1　はじめに

１年間の最後のテーマになります．これまで４月から学んできた問題解決のためのワザを総動員して考えましょう．

ケーニヒスベルグの橋渡ではすべての橋を渡る方法を考えました．これは平面上の問題でしたが，今回は 3 次元・立体で考えてみましょう．

2　今日の問題

木製の正十二面体を，各グループに 2 個ぐらいずつ配布します．

> この正十二面体の 20 個あるすべての頂点を，ただ 1 回だけ通過して一周する方法を見つけてください．

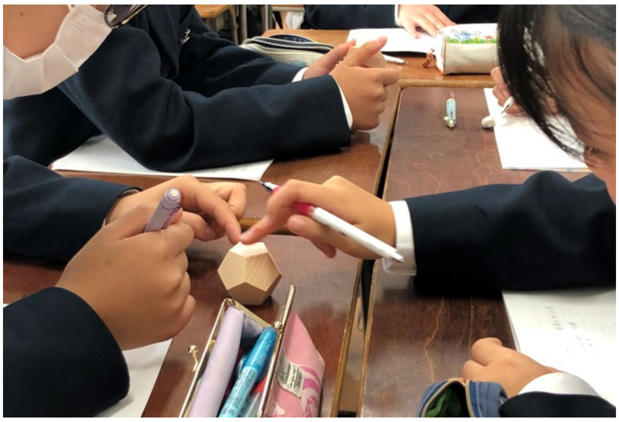

写真 1：木製正十二面体を配布

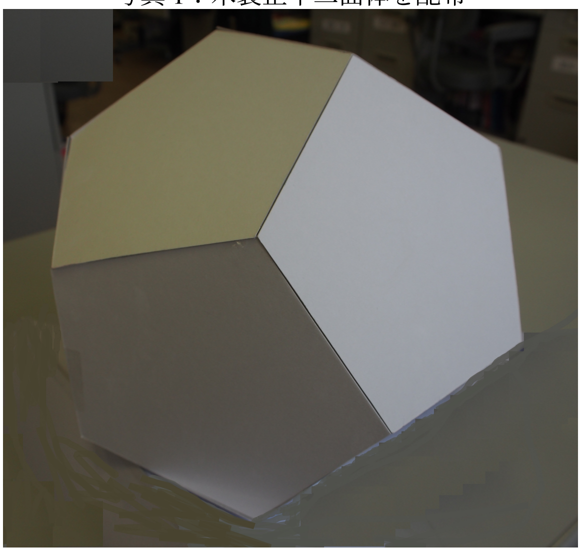

写真 2：正十二面体を観察！

グループ 1

生徒 A：やっぱりあれかな・・・しらみつぶしする？

生徒 B：そうだね．まず相談・記録しやすいようにしないとね．

生徒 C：立体だからノートに描きにくい！

生徒 D：ノートに描くのは面倒だから立体のまま付箋をつけていくね．

グループ 2

生徒 K：「最初はゴール」だけど，前回やったのと同じだね．一回りする方法を見つける．

生徒 L：もしも一周できたとしたら・・・？

生徒 M：正十二面体ってむずかしい！

生徒 N：むずかしいときは・・・簡単にしちゃおう！

生徒 K：じゃあ，立方体で考える？

グループ 3

生徒 O：隣の班は立方体で考えるって言っているよ．

生徒 P：ああ，それはいいねえ．

生徒 Q：もっと簡単に正四面体にしない？

グループ 4

生徒 A：これ，展開図描いてノートの上で記録した方がいいんじゃないかな？

生徒 B：正十二面体の展開図ってむずかしそう！

生徒 C：立体の正十二面体なので展開図で考えていいの？

生徒 D：立体の正十二面体ってことが決めてになるんじゃない？

生徒 A：立体に付箋をつけるか？展開図を描くか？

生徒 B：手分けして両方やったら？

グループ 2

生徒 K：簡単化！「立方体」で良かった！

生徒 L：うん，展開図は簡単！

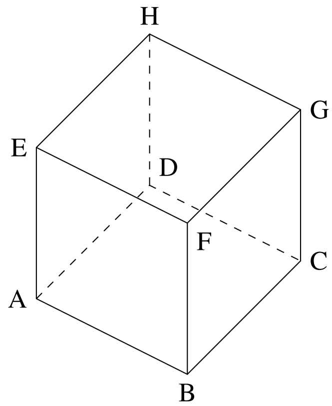

図 1：立方体の見取り図

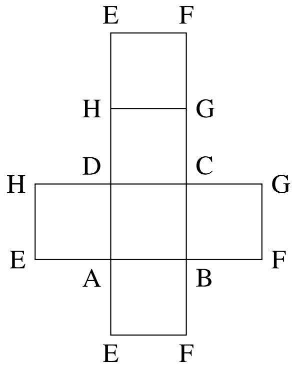

図 2：立方体の展開図

グループ 1

生徒 A：展開図じゃダメかも．

生徒 B：どうして？

生徒 A：だって同じ辺が複数に分かれちゃう．

グループ 1 & グループ 2

生徒 N：A さん，どういうこと？

生徒 A：だってさ，たとえば図 1 の辺 AE は
図 2 の展開図では左下に 2 つに分かれている．

生徒 L：そうかぁ～．展開図はだめか・・・．

生徒 C：でもさあ，展開図描いても困るんじゃない？

生徒 D：同じ点 E が 3 か所にあるし，
同じ辺 AE も 2 つある．

生徒 L：そうかぁ≤ 展開図はだめか・・・

グループ 3

生徒 O：正四面体だとわかったよ．

生徒 P：ほんとだ．簡単だ・・・．

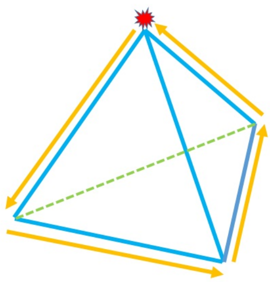

図 3

生徒 Q：
左の図 3 のようにすれば全ての頂点を 1 回だけ通って一周できるね．

生徒 R：
一目でわかってしまう

グループ 2

生徒 K：隣の班は正四面体で見つけたみたい．

生徒 L：うちらも頑張らないと

生徒 M：ああ！立方体でもできるよ．

生徒 K：ほんとだ．一目でわかっちゃうね．

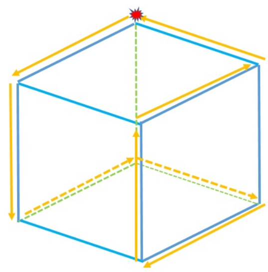

図 4

生徒 N：
簡単な場合だから簡単にわかる？

生徒 K：
正十二面体にも通じるヒントを探さないと

生徒 L：
共通点はなにか？

グループ 2 & グループ 3

生徒 O：L さんが共通点は何か？と言っているよ．

生徒 P：正四面体のときは，正四面体の 4 つの面のうちの
2 つの面の周りをぐるっと回っているね．

生徒 M：立方体のときは，立方体の 6 つの面のうちの
3 つの面の周りをぐるっと回っているね．

生徒 Q：偶然かもしれないよ．

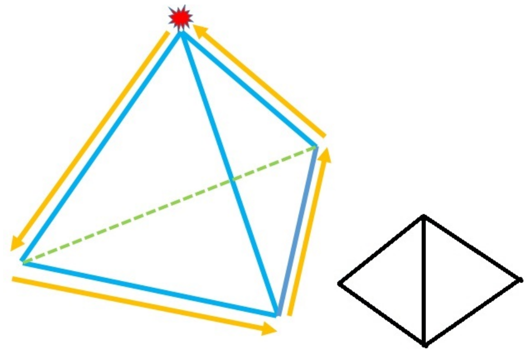

図 5：

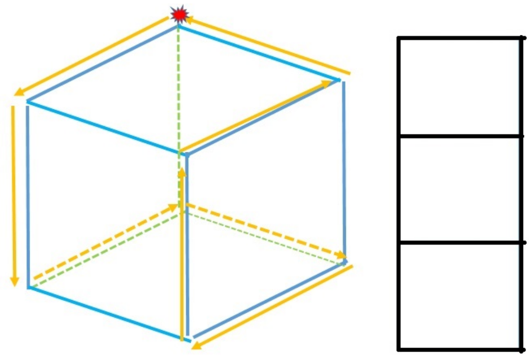

図 6：

生徒 L：なぜそうなるのか？理由が説明できるといいね．

生徒 R：「もしもぐるっと一周しているとすると・・・」

生徒 N：同じ道を通らないでぐるっと一周していたら
そりゃあ，その経路はぐるっと一周するよね．

生徒 O：しかも全部の頂点を通過するんでしょ・・・．

生徒 K：ぐるっと 1 周する道の内側と外側ができるじゃん．

生徒 P：どっちが内側でどっちが外側かわからないけど．

生徒 M：まあいずれ，正多面体の全部の面を 2 つのグループに分けることになるね．

生徒 Q：半分の数の面は全部つながっていないとね．

生徒 N：そうだとしたら，正十二面体の場合にも
12 ある面が二つに分けられて，

生徒 R：6 つの面がちゃんとつながっていて，
全部の頂点が外側に並ばないとね

生徒 L：そしたら，正十二面体も展開しないとね..
展開するために辺を切るたびに，その辺が 2 つになってしまうから・・・

生徒 M：切らないように平面上に表せないかな？

先生 T：ほおー，この展開図いいね！

生徒たち：えー，何なに？

生徒 O：正十二面体を机の上において，
一番下の机に接している面だけ辺にそって切るとそれ以外は切らないで，ゴムみたいに変形して描いてみた．

生徒 B：へー，なるほどねぇ・・・

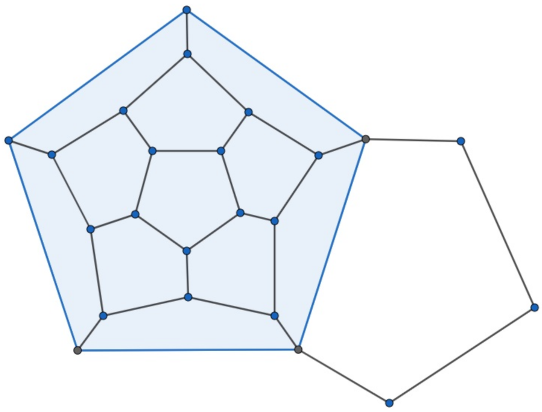

図 7：

生徒 A：ペタッとつぶしたような感じだね.
生徒 N：一番外側の辺が切り取ったところで
その面以外だと，点も辺も二つに分かれない！

生徒 L：O さんの展開図から，
連続した 6 つの面を取り出せるね.

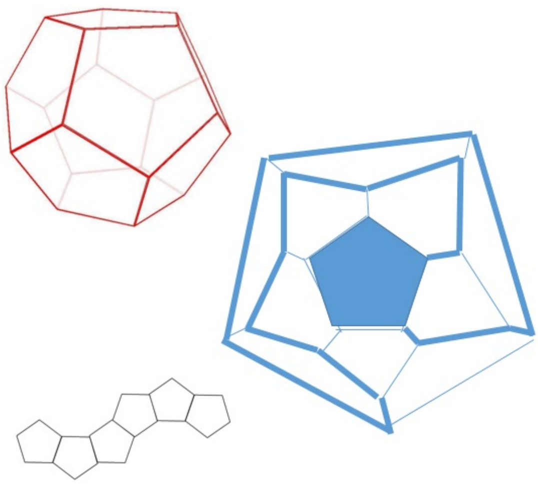

図 8：

生徒 M：正五角形をこのように 6 枚つなげてみよう.
生徒 N：O さんの展開図から，真ん中の正五角形から一辺
を共有する面を次々に 6 個繋いでいく.
生徒 B：ゴムのように変形しているのを，
つながり方を変えないように正五角形に変えると
上の図 8 の左下のようになる.
生徒 C：これを正十二面体に巻き付けてみよう

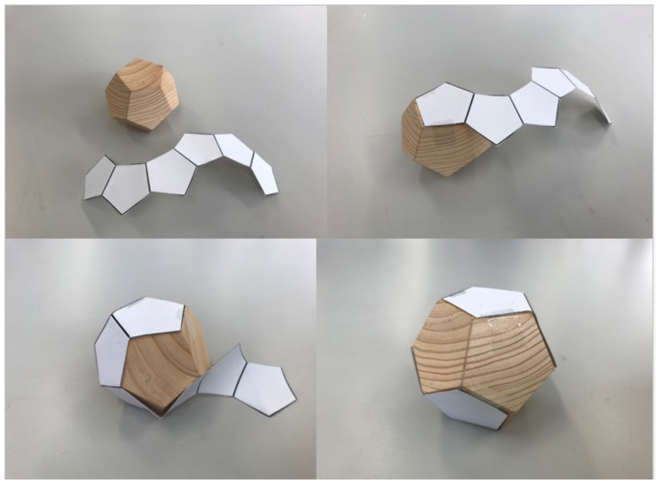

写真 3：

生徒 L：この 6 枚つないだ正五角形の輪郭をなぞれば，
求める 1 周する経路になるね.
生徒 M：正十二面体のどの頂点もただ 1 回だけ通過して
一周してるかどうか，毛糸を貼り付けてなぞって
みたよ.

写真 4：

グループ 3

生徒 P：O さんの展開図でシラミつぶしもできるよね.

生徒 P：先生！できたー！
先生 T：どれどれ
生徒 Q：立体でわからないから
通った辺に付箋紙つけいったら
できました.
先生 T：なるほど，ちゃんとできてるね.

みなさんの見つけたことをまとめるとこうなりますね.

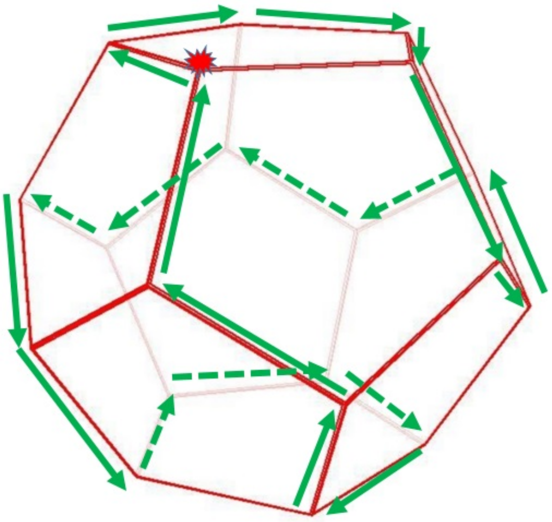

図 9：

3　解決してみると・・・

1 年間みんなで一緒に考えてきた「考え方を考える」授業の最後の問題もみごとに解決できました．今回は先生からのアドバイスはなくても，生徒たちから問題解決のためのアプローチが提案されていきましたね．与えられた問題をより簡単な問題にして考えたり，そうして得られた景色から一般化して考えたり楽しい時間になりました．そうして，新しい問題を自分たちで提起して考え，与えられた問題を含むより一般的な問題を解決することも自然とできるようになりました．

ここからは問題を解決できた後の生徒たちの様子を紹介しましょう．

4　ふりかえると・・・

生徒 A：正 12 面体になると格段と難しくなったけど，なんとか解決できたね．

生徒 B：正四面体なんて，一目見てわかっちゃったけどね．

生徒 K：でも，正四面体のときも立方体（正 6 面体）のときも正 12 面体のときも同じ考え方じゃない？

生徒 L：え？どういうこと？

生徒 K：たしかに，正四面体も立方体も一目見てわかるけど正 12 面体のときの考え方でもわかるよね．

生徒 C：もしも正多面体の各頂点を 1 回ずつ通過して 1 周する経路があるとしましょう．

生徒 O：その経路で囲まれた面は正 n 多面体だったら $\frac{n}{2}$ 枚の面を連結したものになっていて，しかも連結した面は一つの辺だけを共有しています．

生徒 P：え？正三角形が繋がる時は自然と一つの辺のみ共有になってしまうだけじゃない？

生徒 Q：いやあ、正 5 角形のときは違うかも・・・

生徒 R：もしも 2 辺以上を共有していると，下の図のように通過しない頂点ができてしまいます．

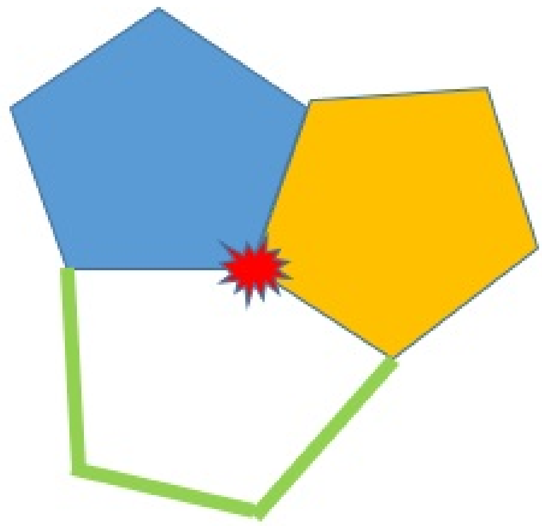

図 10

生徒 M：正五角形を 3 枚集めると，出っ張ってしまて平面にならないよ．

生徒 O：でも、これゴム膜展開の中で考えていいんでしょ？辺と辺のつながりとか頂点のつながりは変形してもいい．

生徒 M：そおかぁ・・・

生徒 O：正多面体の一つの面を取り除いて平らにつぶした，面と面のつながり，頂点と頂点のつながりを保存した展開図を考えて，ここから上に述べたように連続する $\frac{n}{2}$ 枚の面をとることができれば，その周りを一周する道が求める経路になります．

生徒 P：ということは・・・
別の正多面体でもおなじようにできるのかな？

生徒 K：私もそれを考えていたところ．

5　正八面体を考えよう

生徒 A：正多面体は 5 つしかないってやったよね．正四面体・立方体・正十二面体を考えたから残るは・・・

生徒 B：正八面体だな．

生徒 C：じゃあ，正八面体一周考えようか・・・

写真 5

生徒 D：
「まず具体化！」正八面体を見てみよう！

生徒 E：
GOAL は「すべての頂点を回る！」

生徒 F：ああ、私できちゃったよ．

生徒 G：まあ，まてまて
正十二面体のときの考え方と同じようにしてできそうだというところが今の問題の出発点だからさ・・・

生徒 H：同じように考えてみようということね．

生徒 A：「もしも一周できたとしたら・・・」

生徒 B：たぶん 4 つの面がつながった形を

生徒 C：ぐるりと一周する道が求める経路だろう．

生徒 D：その 4 つのつながり具合が問題だよね．

生徒 E：そうそう．そこで O さんの展開図登場！

生徒 F：どうやって考えたの？

生徒 O：展開するときに面と面のつながりを切らないようにしたの．一つの面だけ切り取ってあとはゴムみたいに伸ばして考えて．

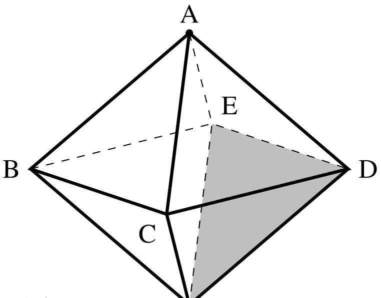

図 11

生徒 A：
左の正八面体で，例えば三角形 DEF の面を切り取ることにしましょう．

生徒 B：それ以外は切らないで，面と面とのつながりはそのままに，ゴムのように伸ばして平らにすると

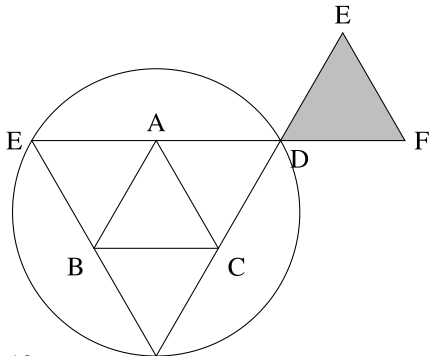

図 12

生徒 G：これから連続する 4 つの面を，下の図のようにとればよい．

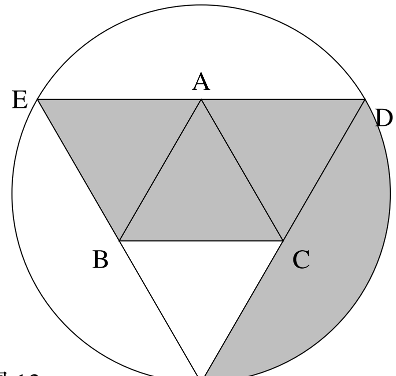

図 13

生徒 A：図 13 の 4 つの面の取り方は，実際の正八面体だとどうなるかな？

生徒 B：面と面のつながり方に注意して実物でなぞってみると下の写真 6 のようになるね．

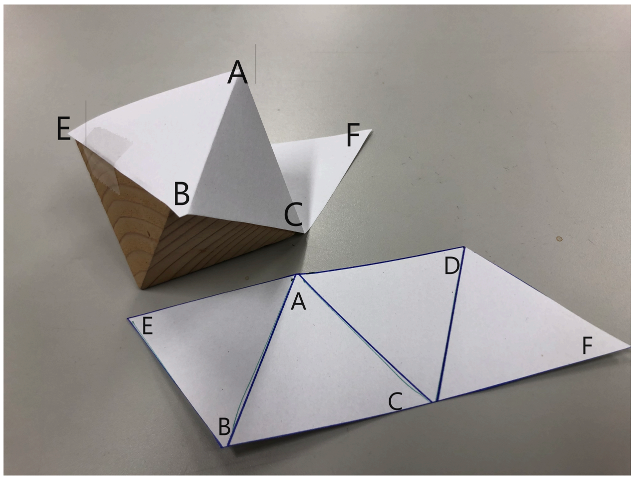

写真 6

生徒 C：正三角形が 4 つつながった形の周をぐるっと回ればいいんだよね．

生徒 D：点 E から出発して，E ⇒ A ⇒ D ⇒ F ⇒ C ⇒ B ⇒ E と 6 つの頂点を一回だけ通り全ての点を周ることができるね．

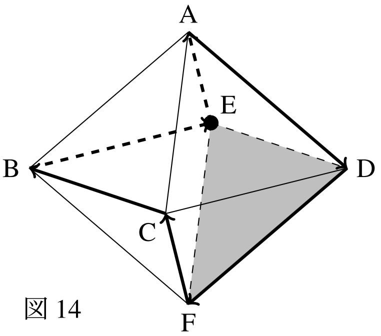

図 14

生徒 E：
　実際に正八面体でやってみよう.
　確かに一周できるね

生徒 F：やったね！正八面体でもできたね.
生徒 G：ということは正十二面体でもできる？

6　正二十面体でもできるか？

写真 7

生徒 A：面が切断されないような展開図を作るぞ.

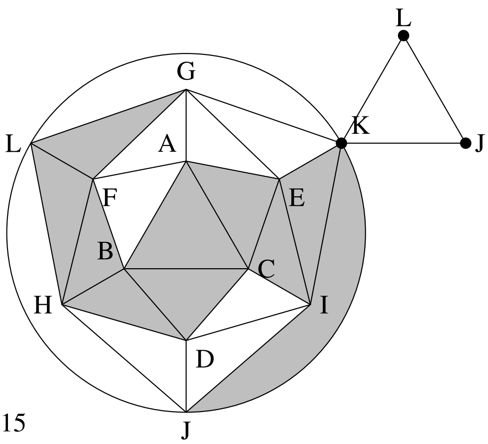

図 15

生徒 B：この展開図から，上の図の網掛け部分を考えればいい.

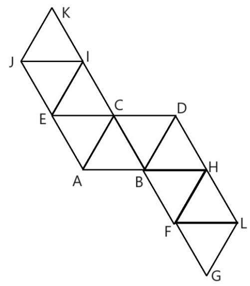

図 16

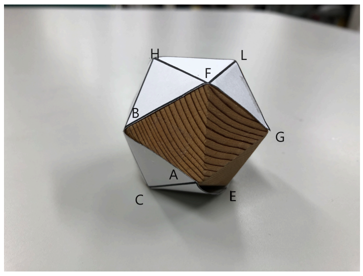

図 8

7　生徒感想から

●正十二面体の展開図は面が 12 個もあるし，面の形も 5 角形なのでそう簡単には書けないし，その中で共通している辺をつぶしていくのもわからなくなって無理でした. そこで正六面体で考えてみるということを試みました. 正六面体の展開図は何回も描いているので比較的やりやすかったです. 「問題は簡単にする」といういうことが自分で思いついて実行することができました. 4 月から考えると成長できたと思います.

●正十二面体一周では，「正六面体や正四面体で考えるとどうなるのか」とかんがえることができた. 簡単な問題にすることで，規則性もわかった. やはりこの問題のときにも図を描くとわかりやすかった. ●グループ内でまず簡単な立方体から始めてみようということで、考えはじめがかなりスムーズになった。面の数の法則には気づけなかったが、自分たちでオリジナルの図を作って、帰り道を残して周回していけば回れるといういことに気づいた。美咲ちゃんが考えたもので理解するのが難しかったが、分かったらどの正多面体でも使えたので、考えを図面に表すことが大切だと思った。私は自分の考えを図にするのが苦手なので、「ケーニヒスベルグの橋渡り」のときにも絵を図にした人がすごいと思った。平面図形や立体に苦手意識があったが、友達とやるのが楽しかった。次のときも今までのことを思い出しながら頑張りたい。

●正十二面体を展開図にしてみたり簡単な図にしてみたりして、橋渡りと同じように考えやすい図にした。そうすることで、正十二面体一周をクリアすることができた。また、同じように考えて、正四面体、正六面体を頂点一周したのに使った辺と使わなかった辺に分けて調べた人もいた。

　この二つは一見、時間がかかりそうに思えるが、何人かで一緒に取り組んだり対称であることを見て同じような結果になると考えたり、また簡単な図にしてから考えることで、そこまで難しくなくなり、考えやすくなることが分かった。

　次の問題でも「もしも」を大切にしていきたい。

●今までの探究の時間で学んだことを活かしながらやる内

容だと思いました。「もしも〜」「最初はゴール」など色々使いながらできました。正十二面体の頂点を一周させる内容では、より簡単な問題の正四面体や正六面体から規則性をみつけることをしました。いくつの面と辺を通れば、頂点全て通れるかを見つけて展開図を書いてみるとしっかり一周することができました。最後まで導き出すのに友達の力を借りてやったので、自分でもできるように数学もがんばりたいと思いました。

●正十二面体の頂点を 1 周するにはひとつの頂点から偶数本の辺がでていないといけないというオイラーの考え方からすると一周するのは無理なことだと最初は思っていました。でも簡単な正四面体や立方体では簡単に一周する道が見つかり、頂点から出る辺の数が偶数だろうが奇数だろうが関係ないことがわかりました。そして、正十二面体にも使える方法を見つけて解決することができました。オイラーの考えは何だったんだろう？ということになって、だれかが、ケーニヒスベルグの橋わたりは、図を簡単にしたときに「すべての道を通る」方法だったのですが、正十二面体一周の場合は「すべての頂点を通る」方法であるという違いに気がつきました。オイラーの解法を知ったかぶりしていた K 君は、今日の問題は解決できませんでした。

●立体図形の性質を考え、どのようなときに図形を一周できるのかということを考えました。このときに、図形を簡単にしたり、関連のある部分だけを抜き出して考えたりしました。また、「もしもボックス」で「もし一周できるとしたら？」を考えて、証明を考える事ができました。

地道にルートを辿る方法でも、「図形が対称だから、上と下のルートは同じなので、片方だけやればいい」というように、大変な作業を少しでも楽にできるような考え方をできるようになりました。

●正十二面体で考えると難しいから、正六面体で考えてみた。そこで、頂点を一周するのにいらない辺があることがわかった。次に生六面体でやったことを正四面体でやった。そして正四面体にもいらない辺があることがわかった。そしていらない辺は、（辺の数）－（頂点の数）であることを見つけた。正十二面体ではいらない辺が 10 本あることがわかった。そして正四面体の展開図を書いた。このとき必要な部分の展開図を書くことが大切だとわかった。そして最後には、正十二面体の必要な部分の展開図を書いて、どのように一周すればよいのかを知ることができた。

●近くにあった物体を用いて簡単に考えてみたり、図のようなものにして考えた。前回のテーマから正多面体について学んでいたため、新しい話題ではあったが、前回のことを活かすことができた。

正十二面体は一周することができたが、正二十面体については触れていなかったため、どうようにして一周するのか気になる。

回を重ねるごとに、今まで学んだ考え方を使って考えられる場面が増えてきたので、冬休み明けも学んだことを忘れず、活かせるようにしたい。

●自分たちのグループでは頂点と辺に注目してオリジナルの図を作って一周できるということを証明したが、図が自分たちのグループのメンバーしか理解することができなかった。こんど証明する機会があったら、全員が理解できるように頑張りたい。はじめに頂点と辺だけで考えてしまって、面で考えるのが難しかったので、セカンドオピニオンを大切にして様々な角度からその事柄を見ていけたらいいなと思った。

●「探究の時間で学ぶ考え方には、今回のように別のところでも使えるものがたくさんあるので、これからも学んだ考え方をいろいろな場面で活用していきたいと思った。また、〜する方法は何なのか？といったテーマで考えるのではなく、もしも〜したらどうなのか？なぜ〜となるのか、など、色々な場面で使う事の出来る考え方として深めていくことが大切だとわかった。●前回までに学んだ正十二面体の切り出しの正十二面体の性質や、ケーニヒスベルグで学んだ検証方法をそれぞれつなげながら考えを進めることができた。しかし初めは全く解決策が見えずに悩んだ。そこで、班員やクラスメイトの意見を聞き、話し合い簡単な正六面体にして考えるる方法を採用した。また闇雲に作業を進めるのではなく、「セカンドオピニオン」を考えるということも学んだ。公式や法則を用いることができない問題では、一つひとつを検証していくことになると思うが、その中で、効率性を求めるためには今回学んだ方法が役立つと思うので、今後に活かしていきたい。

●この授業は今までの中で一番楽しかったと感じました。理由は、自分の力で分かりそうでわからないような場合が多かったからです。図形の形を展開して通ったところを線でなぞっていったのですが、どことどこが共通の辺であるか、どれが十手きた辺なのかを考えるのがとても頭を使いました。なので、仲間と確認し合いながら答えを見つけ出して行くのが楽しかったです。

また、考えれば考えるほど集中して取りくんでいたので良い授業だったなと思いました。創造力を働かせて問題を解決できたと思います。

今回の授業で、分担して答えを見つけ出すことの重要さ、必要性を感じました。面倒な問題も、グループ内で分担して取り組むことで、効率的に活動できました。また規則性を見つけ出すことで、その後の問題も解きやすくなることがわかりました。たとえば正十二面体一周では、S 字形のような進み方で頂点を通ることができることを分かりました。

●前回考えた正十二面体を活用していて、多角的な視点を持てば多くの発想をできて良いと思った。正十二面体の頂

点を一周することができるかを考える前に、正四面体や正六面体などの考えやすい多面体で考えるというおとは大切だと思った。共通点を見つけるときに頂点を一周するのに必要な辺の数で考えるとうまくいかなかったから、面の数で考えることができるということも分かった。今回の授業では、簡単な図にして分かりやすく表すことや、多角的な視点を持つことの大切さを知ることができた。これまでに習った「ｎといったら１・２・３」「最初は GOAL」「もしも●●だったら」というような考え方も使えるようにしたいと思った。積極的に使っていきたい。

●どんな道筋で一周できるのか、しらみつぶしにやって考えて、簡単な図形に置き換えてとか、考え方の順番を学ぶことができました。また、簡単な正六面体ですべての頂点を 1 回ずつ通ったときの辺の通り方などをまとめて、正十二面体との共通点から考えて行くところで、自分がみつけた共通点を相手にどう説明すれば伝わるのか考える事が難しかったです。立体を平面に書き表すのが、私にはできなくて、ゴムのように伸ばせばよいというのは私にとって新しい考え方で、納得しました。正十二面体の頂点を一周するためには半分の数の面を、1 つの辺で接するようにつなげて、その外側の辺を通って行くとわかりました。今回の授業で難しい物は簡単に置き換えること、共通点を見つけることを学ぶことができました。

●「ケーニヒスベルグの橋渡り」で学んだことをいかしつつ、様々なアイデアがグループの中で出てきて、思っていたより簡単に解けてうれしかった。「もしもボックス」の話題が一番使えて、やっと「こんな使い方をするのか！」とピンときて良かった。

●グループの中でいろいろいろな意見が出てきておもしろかったです。ちゃんとした答えまでは導けなかったけれど、正十二面体を一周するとなったときに、ずっと右回り、もしくは左回りだけしていたらできないから、右、左、右といったイメージ S 字形でやらなきゃいけないんじゃない？と話していた友達がいたので、鉛筆で図形をスケッチして考えるのも良いけれど、実際のものがあるので、それを見て探すのでも性質とかに気付く力を身につけたいと思いました。また、他のグループでは、正十二面体の真ん中のところを自分たちが考えやすいような形に直して書いていてすごいなと思ったので、自分がやりやすいような形にしてから問題を解くようにしたいと思いました。多面体の頂点や辺、面の話や、もしもボックスは今までに習ったことなので、色々今までのことを思い出して考えていくことが大切だなと改めて感じました。

●そもそも頂点と辺の関係を点と線で簡略化できなかった。一つの頂点から 3 辺でているから、ここはこうなるはずだという法則に基づく予想で図を描いたが失敗した。これも頂点と辺という要素が、数が多いうえに複雑に絡み合っていることを考えると、一つ一つどの点とどの点がつながっているのか確かめながら少しずつ図を構築すればよかったと思う。

どの問題も、「もしもできるとしたら・・・」という思考法の重要性に気づいた。複雑な現象を前に、A か B かを問われてもわからないとき、A ならばこういうことが起こり得るといった予測に基づいて、現象音ある一点を注目できると思う。一筆書きができるとしたら、点に入ることと出ることがあるはずだという、通り方の絶対条件に注目し、その実現に必要な条件が図に備わっているかを考えることができた。A だとしたらこうなるはずだ、という予想は、問題の一点を見ると見えずらいと感じたので、「A が起こったときの問題・現象」を広くとらえたい。今回でいう十二面体一周の通り道が輪になるというのは、十二面体を大きく見た時よく分かった。視点をどう動かすか？固定するかを考えられるようになりたい。

●「ケーニヒスベルグの橋渡り」で学んだことを活かし、次に正十二面体の頂点を、1 回しか通らずに一周することはできるのかということを検証した。まず正十二面体の展開図を書き、頂点にアルファベットで名前をつけた。ここで苦戦したのは、頂点が重なる部分があるため、展開図を組み立てた時のことを想像して考えなくてはいけなかったのが難しかった。次に図を簡略化するために、展開図を頂点から出る線と頂点とで直線で表すことにした。そして 1 点のスタート点を決めて前回と同様にしらみつぶしでルートを検証していった。全部のルートを検証することはできなかったが、前回学んだことを活かして考える事ができたと思う。大事なのは答えを導くためにとどった手順や家庭なので、数学では自分の思考を相手に伝わるように図や表・言葉で表すことが大切だと改めて思った。このことは数学以外でも大切になってくるので今後活かしていきたいと思う。

●頂点が 20 個もあって、多すぎてどこを通ったか分からなくなって難しかった。三角錐や四角錐でやってみることで関連させることができた。私にはない発想を班の人が持っていて、とても参考になった。次の時間も積極的に話し合い、考えを深めていきたい。

●ケーニヒスベルグの橋渡のときのように，全部の可能性をチェックすることは、正十二面体一周のときはさすがに、できないだろうと思っていたが、同じように地道に手順を試していったところ、正しい手順を見つけることができた。正十二面体のときは、「もしもボックス」の考えを利用して考えた。また、条件を少し緩めてみるという考え方も知ることができた。

今までの授業の中でも、特に「もしもボックス」の考え方を使うことが多かった。ただ単にがむしゃらに答えを求めるのも一手段として有効だが、工夫できるところはとこ

とん工夫し、できるだけ簡単に答えを求められるよう心がけていきたい。
●展開の仕方も工夫した。正十二面体はそのまま展開してしまうとそれぞれの頂点が離れてしまい、経路を求めることができないものだったので、オリジナルの形にこだわるのではなく、性質を保ったまま変形させるという手段によって略図化をすることができた。しかし、正十二面体の頂点をすべて通って一周するという問いに対して、数学的な思考で答えることができなかった。すべての場合についてあたるという考えから抜け出し、消去法を用いてどんどん選択肢を限定していき、正解を導き出せるような思考力を身に着けるように日ごろから努力していかなければならないと思った。
●最初はすぐにできると思って立体を使って道のりを探していたけれど、どこを通ったのか分からなくなり失敗してしまった。先生が毛糸を立体にまきつけて一筆書きをしようとしていて、それをまねして隣の班が立体に付箋を付けて一周する道のりを探していたのがとても良い工夫だと思ったし、面白いアイディアだと思った。私たちは地道に手分けして計算しようとしたけれど、付箋をつけて道のりを探すほうが簡単そうだったし、速かったから、次はもっと簡単な方法がないか、身近にあるものを使って工夫して道のりを探したり、難しい問題をといたりしたいと思う。
●正十二面体だと考えにくいが、正六面体、正四面体で考えるとどうなるのかを考えることができた。条件を簡単にすることで、規則性も分かった。やはりこの問題のときも図を書くと分かりやすかった。「ケーニヒスベルグの橋渡り」のときと同じように、図を書くことと、条件を簡単にすることを学んだ。これから問題を解くうえで意識したいと思う。
●図を自分なりに簡略化してみることができました。私は初めから正十二面体で考えて何とか一周する道を見つけることができたが、先生の話を聞いて簡単な立体から規則性を見つけそれを試してみるという方が普段の勉強にも活かせることができそうだと思いました。小さなことでも発見したらグループで共有することが大事という事にも気づきました。私の中で最初はほぼ当たり前みたいなことを、あたかも自分が発見したように話してしまったら、偉そうに見えるかなと思っていました。しかし、実際何か問題を解決しなければならない時に、そう思ってしまえば話し合いや解決への答えを導くのが停滞してしまいます。だから、一人ひとりが気付いたことを発言していこうとする雰囲気作りが大切だと思いました。
●「正十二面体一周」はすごく難しかった印象があった。正十二面体自体がすごく複雑な形で大変だった。私は展開図を描いて考えてみたが、そもそも展開図に間違いがあった。しかし、考えるためにはひらめいたことを使ってみることが大切なので、失敗することも大切であると感じた。トライ＆エラーは自分にとっての吸収できる物にすれば、これからの学びとしてとても良いになると思った。
　私はこれから考えて行くときに、調査の目的、その本質、その作業、仮定してみることが大切にしていきたいと感じた。
●私は今回の学習で、空団図形の規則性を考えることの楽しさを知った。「一筆書き」をするには何が必要なのか、じっくり考えながら授業に臨むことができた。一人で考えてもなかなか答えが出なかったが、グループの皆で考えることで、何とか答えにたどり着くことができた。そして、簡単に考えるには、シンプルな図を作成することが大切なのだと感じた。ただがむしゃらに考えるより、冷静に考えるほうが大切なのだと分かった。「一筆書き」は小学生の頃に触れたことがあるが、ほとんど忘れていたため、新鮮な気持ちで授業に臨むことができた。今回の授業は今までと同様、初めの頃はあまり理解できなかったが、回数を重ねるごとに理解が深まり、楽しく授業を受けることができた。これからも意欲的に数学の学習に励んでいきたいと思う。
●正十二面体が手元にないと考えるのが難しかった。「もしも」で考えたとき、一周するルートが 1 つの輪になるのは、基本的すぎて思い浮かべられなかった。でもその輪はそれなりにきつい条件を満たしていなければならない。もっと線楽的に考えれていればあたりまえなのに。基本的なところから見つけていくのと、後ろから見ていくことは大切だと思った。正十二面体で考えるのは難しいので、正六面体や正四面体のような簡単な図形を考えてそれの共通点を見つけていく手法を用いたが、注目するのが「頂点」「辺」「面」と違うだけで様々な共通点を見つけることができた。空間図形を考える時には、図を用いて視覚的に考えた方がわかりやすいと思った。班員に、正十二面体を使って、実際にルートを教えてくれた人がいた。そのときは規則性が見つけられなかったが、先生と一緒に考えていくことで納得することができた。その仕組みを理解することは大切だと思った。
　定理や公式のような知識だけでなく、「もしも」のような数学的思考がないと応用問題などは解けないと思った。私はまだ数学的思考が蓄えられていないので、これからの数学の時間や問題を解く際に身につけていきたい。
●スタートとゴールの頂点を一緒にしなければ上の 5 つ、次に真ん中の 10 個、最後に 5 つの順にたどればできるが、スタートとゴールの頂点を一緒にすると難しかった。この問題を考えるときには、頂点・面・辺の 3 つに着もして考える。結果的に面に着目した。3 つの面が合わさってしまうと戻ってくる分の辺がなくなってしまうと分かったので、真ん中の五角形からスタートして 3 つ以上がくっつかない

ようにするとで６つの面を導くことができた。
　「ケーニヒスベルクの橋渡」同様「正十二面体一周」も、もしもボックスで「もしもできたとしたら」と考え、着目するところを決めて考えると良かった。
●今までの「探究の時間」でさまざまな話題において、「図表」や「もしもボックスの考え方を用いて仮定して考える」といった様々な考え方を用いて効率よく導く方法を学んできたから、「正十二面体一周」を考えた時、まず正六面体の場合ではどのような道を通れば一周できるかを考えた。その道筋を展開図にして表したときに、六面あるうちの三面を一周した道すじになっていることが分かった。正十二面体の場合をすぐに考えるのではなく、まずは簡単でわかりやすいもので考えてみて規則性や特徴を考えることが大切なのだと気づくことができた。また、実際に図形を用いて道すじを考えるより、展開図を用いた方が整理して考えやすいこともわかった。
●まず図で書くことから始めた。最初は立体的に書いていたが、裏側を書くのは難しかったため、ケーニヒスベルグの橋渡りでやったように図の簡略化をした。立体を平面で表すときは、少し５角形はゆがんでしまうが、点と線だけ読み取ることができればいいということを学んだ。班の中には正五角形の形は残さず、三十の円のように書いている人がいて、必要な情報だけが読み取れるとても見やすい、無駄のない簡略化だと感じた。簡略化によって点を一周することができた。一周した線んいよって囲まれた面を見てみると、面と面が全て１辺だけでつながっていた。正六面体や正四面体でもそのようになっており、正多面体一周を考えるときは、面と面が２辺以上で繋がらないように線を引いていけば一周することができると分かった。このことから、正十二面体だけでなく、正六面体や正四面体について考えるように、他の部分はどうなっているのか考えてみると新たなことに気づくことができるということを学んだ。
●今回は自分の中ではとても難しい内容でやっていておもしろかった。どの道を通ればゴールに行けるのか、その道筋を分担して見つけ１つの答えにたどりついた瞬間がとても良かった。正十二面体の中で一周するように線を引いていき、それを並べると正五角形がつながって並ぶような形になることがわかった。楽しみながら授業を受けることができた。今回の授業は仕事を分担することの必要性を学ぶことができた。このような問題には多くの情報があり、あの短い時間で一人で全てを探し出すのは不可能に近かった。しかし、班の人たちで仕事を分担することで、短時間で答えを導き出すことができた。また、他の人の考え方などもとても興味深く自分の知識 up に大いに役立った。将来社会に出てもこのような仕事は役だってくると思う。多くの仕事を一人でしていては時間がかかる上、疲れによって作業効率も落ちていくと思う。そうならないためにも今回学んだことは必要になってくる。これらを将来も活かして行きたいと思った。
●私は私の事を他の人とは違う存在だと思っていました。みんなができることが私はできないからです。その最たる例が数学です。自力で解くとき、ペアで話し合うとき、グループで話し合う時、全体に向けて発表するとき・・・。みんなはすらすらと言えるのに、私だけは何も言えません。「羅生門」の老婆のように黙っていました。そんな感じですからテストの点も恥ずかしがり、通知表には３の曲線が濃く刻まれていました。「本当は数学が好きなのに。」私の片思いを押し込んで、文系への進学を決めました。数学は私の事を見てくれず、ひょっとすると数学科の先生方も私の事をよく思っていないのではと自分を追い込み、うつむく日々を過ごしていました。そんなときにあったのがこの探究の時間です。橋渡りではグループの仲間が気を利かせて樹形図を全部やってくれました。「やっぱり数学できないな。」そう思っていました。次に、正十二面体世界一周でも私は積極的になれずにいました。一人で黙々と正十二面体の図を描いていました。そのとき、先生が「その図、良いね。」といってくださいました。まさしく鶴の一声。それを聞いたグループのメンバーたちが「見せてみせて」と寄ってきました。私の考えがみんなに通じたのです。私は「あってるかなぁ。」と照れ隠しをしつつも、内心は一関夏祭り並みに盛り上がっていました。数学と私がお互いに顔を見合わせました。私も一人の人間でした。私が今回言いたいのは、諦めないということです。宮本先生は諦めていた私に風を吹き込んでくださいました。みなさん、だれも自分や他の人に対して諦めていることがあるでしょう。でも諦めてしまったら何も残りません。挑戦し続ける限り、成功する可能性は存在し続けます。私は文系に進むのは変わりませんが、文系の中で数学がトップになろうと思います。今回の題材は一本道でしたが、私たちの未来は幾通りもあります。未来はだれにも分かりません。分からないものをつかむために、今は全力を出していこうと思います。一歩進めば一歩分の未来へ。歩かなければ変わらない。さあ、前へ。ありがとう、探究。
●「正十二面体一周」の方は、「ケーニヒスベルグの橋渡り」やそれと同じような練習問題よりも難しかったです。図形の問題を解くときには、考えやすい図を作ると答えにたどりつきやすいということがわかりました。どんな形の正多面体でも頂点を一周する井は、一筆書きのように最初位置から１つの線で最初の位置に戻ればよいということも初めて知ることができました。
　これまでの探究の時間でも、何度もでてきている「もしも；・・・」や「最初はゴール」などは、どんな場面においても使えると改めて学べました。これから難しい問題に

直面したときにも、探究で学んだことを活かせるようにしていきたいです。

●正十二面体を展開して共通する点を見つけ出したり、どうつながれば一周することができるのかなど、様々なことを考えることができた。正十二面体では難しく感じたので、正八面体にしてみるという考え方は、具体的な数字を代入してみる「ｎといったら１，２，３・・・」に似ていると思った。正八面体として考えてみると、正八面体を上から見てみたりしていろいろな発見があり、正十二面体にもつながったと思う。面が多くなったり五角形であったりする分、難しく感じたが、見方を変えて見たり、例でやってみることで新しい見方ができることを、いろいろな場面で活かしたい。

●最初は立体だしわかりにくいから難しそう、できないと思っていたけど、先生は立体がわかりにくいなら平面で考えて分かりやすくすればいいと言っていて、とても分かりやすい図にして考えることができました。今回の探究の時間を通して、与えられたことだけでなく、それ以外のことも考えるということと、わかりにくかったら分かりやすくするというおとを学びました。これからもっと出題される問題が難しくなると思うので、そのときは難しそうと思って手をつけず解かないのではなく、自分で分かりやすくして、解いてみるということをやっていきたいです。また数学以外の教科でも、与えられたこと以外のことにも疑問を持ち考えていけたらいいなと思いました。今回学んだことを今後の学校生活にも活かしていきたいです。

●初見はやる気をなくすほど難しかったが、ケーニヒスベルクの橋渡りや今までの授業で学んだシンプルに考える事を意識して、正六面体の図を書いたら答えに一気に近づくことができました。ただ、あまり何も分かっていない段階で展開図を書いてしまったので、最終的な答えに辿り着くことはできなかった。今回はあまり考えなかったが、「最初はGoal!」の精神で、結果がこうなったらおもしろいなと予想・期待をしながら考えていくことで、手が動き出すので、難しい問題にぶち当たってくじけそうになったら、最後の砦としてやってみようと思う。空間図形と聞くと、ものすごく難しく感じて、大して難しくない問題でも探り探り読んでいます。心構えだけでなく自身を持てるようにするための努力をしたい。自分が苦手な所は素直に認めて、それに関する問題を沢山解いて、「分かる」という感覚を体感することで苦手意識を下げて、いくらでも楽しいイメージや好きだという意識を芽生えさせるようにしたい。

　数学探究の時間を受ける度に、教科書や問題集の問題が解けることだけでは感じられない喜び、快感があるのだと思い知る。高校に入ってから、以前よりも数学の分野に疑問を持つことが増えた。答えに辿りつくために色々な所かアプローチして考えるのは、すごく楽しいと気付いた。時間を決めずに好きなだけ考えられるが醍醐味の 1 つだと思うので、これからも気分転換代わりにやりたい。

●正十二面体の頂点を一周する活動を行った。考えていくなかで、「ネックレス状にする」のが自分としてはうまくいったと思う。

　正六面体なら 3 面を通り、正四面体なら 2 面を通り一筆になっていたから、正十二面体なら 6 面を通るのではないかと考えたら、案の上そうだった。

　今回の成果は「図にするとよく分かる」「仮説の重要性」「自分の考えがあっているときの喜び」

　次回が楽しみだ。

●今回の授業も楽しかったです。私は片っ端からつぶしていくというような地道な作業は、自分で実際にやってみて明らかにすることができるから、結構嫌いじゃなかった分、より楽しかったと感じることができました。

　道順のやつは、条件をみたすことができないやつはあまりスムーズにできなかったけど、条件をみたすことができるやつは、すらすらできました。でも「じゃあ正十二面体に置き換えたときに、すべての頂点を通って一周するにはどうしたらよいか」と聞かれて、とりあえず展開図を書いてしまいました。当たり前ですが、正十二面体の展開図は面が 12 個もあるっし、面の形も五角形なので、そう簡単には書けなし、その中で共通している辺を潰していくのもわけわかんなくなって無理でした。なので次に正六面体で考えてみました。そうすれば面の数が半分になるし、正六面体の展開図は何回も書いているので比較的かきやすいです。ここまでは「条件を簡単にする」ということが自分で思いついて実行することができたので、4 月から比べると成長できた部分な気がします。でも正六面体の辺を全部通って一周するための道順を見て、どんな特徴があるのか、正十二面体にどのように反映されているのかがピンと来ませんでした。前回の正多面体はいくつあるのかという話題でも、共通している特徴（頂点にいくつ辺が集まっているかなど）を言われないと注目すらしなかったので、ここが私の弱いところというか劣っている所なのかなと感じました。

　先生が答えを教えてくださった時、鳥肌が立ったのと同時に、「あ、なんだ」となってしまいました。あんなに頑張って考えたけど答えは単純で驚きました。

　何度も授業を受けるたびに「すごいな」「面白いな」「なんで？」と思えることが増えているのが、数学がすごく苦手な私にとってはすごく嬉しいです。もっともっと頑張ろうと思いました。