

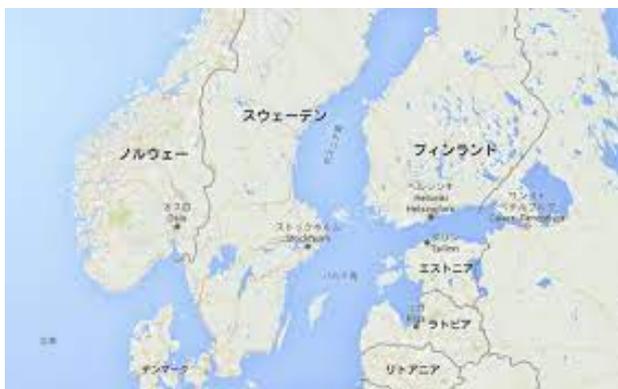
1年数学 探究の時間 IX ケーニヒスベルグの橋渡り

2020年12月

1 はじめに

数学的に有名な「ケーニヒスベルグの橋渡り」の問題を知っていますか？

「ケーニヒスベルグ」というのは、ヨーロッパにある街なのですが、その名前からいうとフランスじゃなくてドイツか？ぐらいでみなさんどこのことだかわからないと思います。



馬の顔のようなスカンディナヴィア半島の喉もとに広がるバルト海の東側ヨーロッパ大陸にポーランドとエストニアという2つの国の間に小さな国があります。



ケーニヒスベルクは、1255年にドイツ騎士団によって建設されたバルト海の貿易都市でした。隣のポーランド王国に従属したりプロイセンの首都になったりいろいろありましたが、バルト海を使った交易によって栄えていて、教育と研究の中心でもありました。哲学者のイマヌエル・カントはじめ多くの学者を輩出しています。



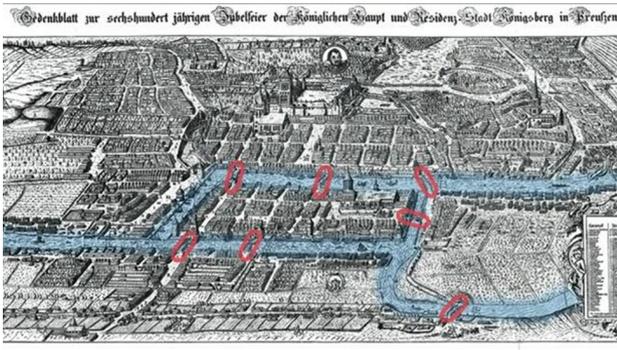
その後ドイツ領となりましたが、ポーランドが間に入り本国ドイツと連絡する陸路がなかったこともあり、ポーランドから領土を奪おうとしたことがきっかけで第二次世界大戦がはじまったのです。そしてドイツの敗戦により当時のソ連、現在のロシアの領土となっています。ロシア領としても飛び地になっています。現在の名前は「カリニングラード」となっています。



さて、そういうケーニヒスベルクの街にはプレーゲル川が流れていていくつかの橋がかかっていました。



次の地図は 19 世紀初頭のケーニヒスベルクの街にかかる橋を示しています。



街の酒場で、一日の仕事を終えてわいわい会話をしているなかで、ある男が

男 A：ふと疑問に思ったんだが、プレーゲル川にかかっている 7 つの橋があるけどさ、どの橋も 2 回わたることなしに全ての橋を渡ることができるのかな？ 毎日犬の散歩をしながらいろいろやっているんだが、なかなかうまくいかないんだよ。

男 B：そんなもの、やればできるんじゃないねえの？

男 C：犬の散歩しながらそんなことを考えてるのか？

さすがだな・・・

男 D：だれかそんなこと簡単にできるぜ！ってやつはいねえのか？

そういう話題で盛り上がりました。しばらくして

男 B：おれさあ、前に男 A がいった橋渡りのやつな、できたんだぜ！

男 C：おまえも好きだなあ。男 A と同じ事試したのか？

男 A：そりゃあ、すごいな。こんど犬の散歩を一緒に行こうぜ！

男 D：なんかな・・・おい、みんな！これを賭けにしようぜ！

男 B が男 A と一緒に犬の散歩に行つて、
橋わたるのは一回だけとして、
全部の橋を渡ることができたら・・・1 万円！
どうだ？

男 A：よし、出来る方に 1 万！

男 C：じゃあ、おれは出来ない方に 1 万！

2 本日の問題

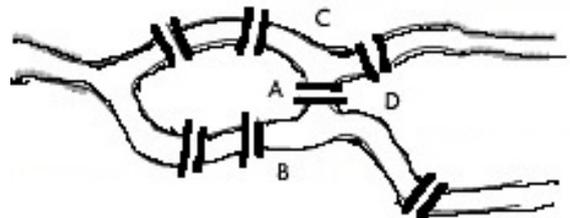
プレーゲル川にかかっている 7 つの橋を
どの橋も 1 回だけ通つて
すべての橋を渡る
道順をさがしなさい。

さっそくみんなで取り組み始めました。最初は地図をノートに書き出していろいろ試していました。でもせっかくみんなで考えているので手分けをしたらいいんじゃないかなと提案しました。

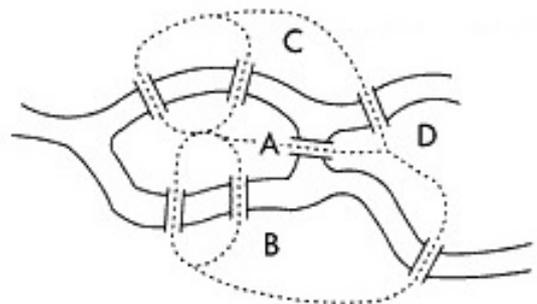
たとえば、出発地点を地図の右側にある川と川に挟まれた中州から出発するとしたときに、最初に渡る橋は 3 つあります。それぞれの橋を渡った先がどうなっていくのかを手分けをしたらいいのではないのでしょうか？

2.1 グループで考える・・・手分けをする？

はじめはそれぞれの班あるいは一人ひとりが簡略化した橋の絵を描いて橋巡りをはじめました。

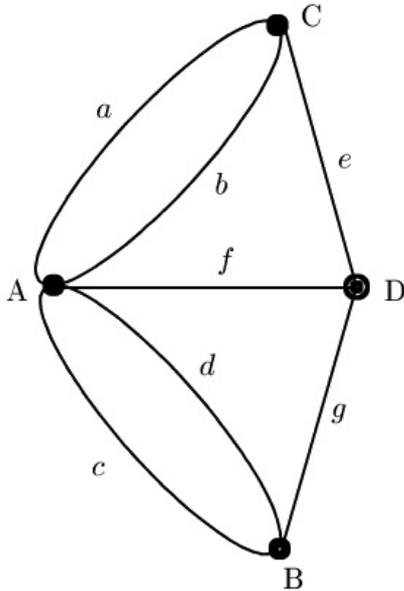


それぞれ手分けをしてやり始めましたが、一人が考えたことを他の人に確認してもらったり、困ったときに相談するとかといったときに、どの道を進んでみたかという記録が残らず、一度考えたことをだぶって考えていたりして混乱してきました。



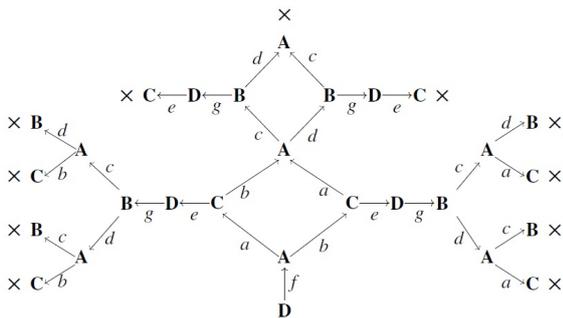
そこで、グループで意思疎通するためにきちんと記録に残そうということになりました。

ある生徒が、簡略化して地図を描きました。川の中にある河洲を点としてあらわし、橋を道で表して最終的には次のような図となりました。

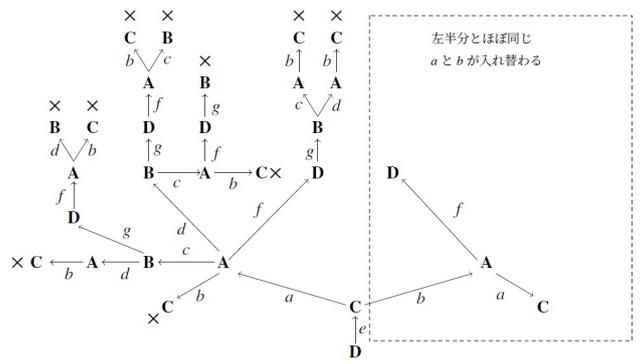


例えば、河洲 D にいた人が、橋 f を通って河洲 A に行く様子を $D \xrightarrow{f} A$ というように表すという約束をして、グループ内で各点を出発点とするときに通過する様子を記録していきました。

点 D を出発する場合、次に行く場所は A または B または C の 3 つの可能性がある。D の次に A に行く場合を調べると次のようになる。



点 D を出発して、次に B または C に行く場合についても、グループ内で分担して並行して検討します。



分担して記録された内容をグループ内で点検をして間違っていないか確かめます。その結果どうやらケーニヒスベルグの橋をどの橋もただ一回だけ通って 7 つの橋すべてを渡ることはできないことがわかりました。

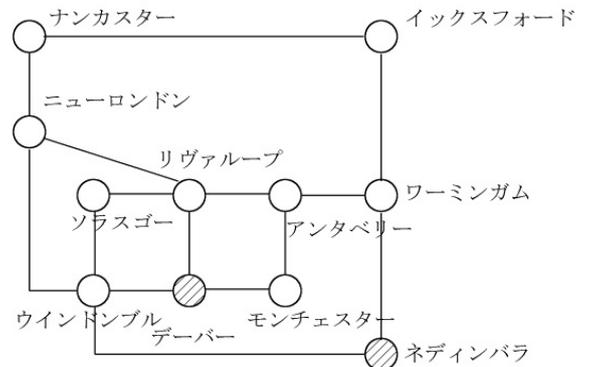
このようにして、すべての可能性を「シラミツブシ」に確かめていくことにしました。

数学の問題を考えるとときに「シラミツブシ」することに少なからず驚く生徒がいます。

2.2 不可能だと知っている生徒もいるので

それじゃあ、練習問題にもうひとつ問題を考えましょう。

ある国の町とそれを結ぶ道路網の略図があります。



デーバーを出発して、すべての町を通過してネディンバラまで行きたいのですが、すべての町をただ 1 回だけ通って目的地に着くにはどのように行けばよいでしょうか？（イアン・スチュアートの論理パズルトレーニング 2010/10/21 日経 BP）

生徒 A：これも不可能なんだよ。奇点がいっぱいあるし・・・

生徒 B：なにそれ？

生徒 A：実は知っているんだよ。

各点から出る道が偶数じゃなきゃダメだよ。

でもなく、埋め込まれた正十二面体の面が立方体の面となるなら・・・と考えたら、別の可能性として正十二面体の辺が立方体のどこかにあるものとするか・・・というように、多面体の構成要素として面・辺・頂点とあるならば、可能性のあるものすべてを考えるようにすることが大事でした。すべてを考察することによって、才能あふれるひとが「ひらめく」ことを、普通の人々が地道に見つけ出すことができるようになります。

今回の橋渡りでは、考えるべき可能性がいろいろあるので、すべてをしらみつぶしに点検すること自体が面倒になるときです。グループで協力して点検すればなんとかなりますが、グループで協力して点検するために記録の仕方などの工夫が必要になることも学びました。

生徒感想

●今回もグループの友達と協力して考えることができた。特に今回は可能性をしらみつぶしにしていく作業だったので、役割分担をしてできたのでよかった。しかし、対称になっているところはやらなくていいのにやったり効率が悪かった。「数学は面倒くさがりがやる学問だ」と中学校の先生が言っていたのを思い出した。かなり気を遣って間違いの無いように進めなくてはいけなかったもので、その分、とばせるところはとばして効率よくやっていきたい。また途中で「最初はGoal!」に気づけたにもよかった。スタートからではなく、ゴールから始めることで可能性を大分減らせた。最初からそうしていれば良かったと思った。

●「ケーニヒスベルクの橋渡り」は最初に図と条件を見た時に問題のクリアは難しい事はすぐに分かったけど、そうなる根拠がなかなか見つけられなかったら、意外に単純な理由だったので少し悔しかった。また、最初にあてられた地図を簡単な図にすると、より楽に考える事ができるという事を実感した。正十二面体一周は前の授業でやった事を用いてより簡単でわかりやすい図に書き直すことに集中した。ん～・・・という感じで正確に図に表すことはできなかったが、他のメンバーと一緒に図をつくるのがすごく楽しかった。複雑で立体のままでは考えにくい問題にこそ、単純なものに置いて考え、そこで得た規則性などをもとに考えて答えを導き出していくことの重要性を感じた探究音授業だったと思う。また、正十二面体の内容では辺で考えがちだが面で考えるという発想がおもしろいと思った。

●最初はいろいろなルートを脳内で通ろうとしたが、どこを通ったのか分からなくなるため、やっぱり図を書いて考える事は大切だなあと考えた。また、全てのルートをためさなくても、同じ形をしていたらそこはサボっていいということが分かった。「できた!」と思ったら同じ橋を2回通っていたり、逆に通っていない橋があったりして大変

だった。班のみんなと協力してやらなければ大変だったろう。

●今回の探究の時間でまずわかったことは、与えられた問題をよりわかりやすくまとめることだ。今回はケーニヒスベルクの簡単な地図のような物だったが、それを文字を線で結んだ図にすることで、その後の考えをより簡単にスムーズに行うことができた。他の問題でも共通して使えるようなものだと思うので、しっかりと使えるようにしていきたい。

また、全てのパターンを一通りやってみることも大切だとわかった。ミスをしないうり、確実に答えを出すことができるからだ。それができないときにはパターンごとに分けたり、同じようになると分かっているものは1つだけ遣ったりと、様々な求め方があると思った。場合によって求め方を変えていきたい。

規則性を見つけることも1つ大切なことだと思った。図形を様々な角度から見たり、それよりも簡単な図形で考えることによって見つけることができ、それを使うことで様々なパターンが見えてくると思った。

探究の時間では物の見方がだんだんと深まってきていると思うので、数学の問題など、様々なものを考えるためにも今後も深めていきたいと思う。

●何通りあるのかを簡単な図で表して頭の中だけで考えて数えるのではなく、実際に書き出してみるということをやりました。また、上下で同じと折り方をする場合は、楽をして数えないなど、全部を確かめなくてもいいんだと改めて気付かされました。また「もしも成功するときは?」と「最初はゴール」や「もしもボックス」、「 n といたら1, 2, 3」など、これまでに学んできたものをフル活用していて、とても良い事を学んでいるのだなぁと感じました。1個ぐらい成功例があるでしょ!と書いていたのですが、ないと知ったとき、とても残念な気持ちになりました。1地点につき入り口と出口があり、奇数になると成り立たなく成るということを以前どこかで聞いたことがあったような気がしました。

●今回の授業では、今までの探究の時間で学んだことを活かしながらやる内容だと思いました。「もしも～」「最初はゴール」など色々使いながらできました。ケーニヒスベルクの橋渡りで、グループのみんなと分担してしらみつぶしをしていったのですが、先生の話聞いて、対称だから同じ結果になるということがわかったので、1つの問題でも他との関わりがあるかもしれないと思って、問題に取り組みたいと思いました。その授業では、はじめとおわりの点以外は必ず偶数ほんの辺が出ていけば一周できることがわかりました。

●今回のテーマは、いつもとは違うメンバーでの活動になりました。さまざまな意見が出て、自分一人では分からな

かったであろう問題も、仲間と相談しながら答えを導くことができました。また、今回の内容も私がいあまり意見を出すことができず、他の人に気付かされることばかりでした。もっと有効な意見や考えを出して、問題を解決するという前回の反省を踏まえた目標は達成できませんでした。しかし、仲間が出した意見に納得し、理解することができたので良かったです。はじめは簡単そうな話題だと思っていたけれど、すべての橋を一回は渡らなくてはいけないなどの条件をみたくことがとても難しく苦戦しました。でも、仲間と意見を出しあい、答えを導くことができたので、良かったです。

●まず一番最初に問題を簡単に見やすくするということが大切だと学んだ。最初に問題を見たときに、めんどくさいなと思ったけど、ノートに簡単化してかいたことで、いきなりわかりやすくなった。そして協力して地道に一筆書きができるかを調べていったけど、結経はできなかつた。そのとき、最初から始めるのでは無く、ゴールからはじめることが大切だと学ぶことができた。あと、偶数じゃ無いと一筆書きできないと学べた。

●「入って出ることができる道」を探したり、スタートの位置からではなくゴールの位置から初めて見たりと様々な方法で試した。実は「ケーニヒスベルグの橋渡し」は一周できないことは知っていたが、どうしてかについては知らなかつたので、今日の授業で自分で確信できて良かった。本来半分の量で良いものを全てのルート調べてしまったので、もっと効率よく行えるようにしたいと思った。

●最初にケーニヒスベルグの橋を一周できるかを考えて、結局できないというのに少しがっかりした。奇数だと行けないというのになるほどなと思った。このような話題も数学に関するものだなとおもしろいなと思った。正十二面体の頂点を一周するのはとても難しかった。できたと思ったら、1つだけ取っていなかったり、逆に2回取っている所があったりして苦戦した。他の多面体との共通点を探したときに、1つの面を2本ずつ通る、や、1つの面の一辺だけ通らないなど、いろいろ考えた。こんがらがってしまって、結局共通点はわからなかつたけど、自分なりにいろいろ考えることができて良かった。今回の授業では、授業を重ねてきたからか、一番よく考えて答えを出そうとしたと思う。地図を簡略化したり、他の多面体から共通点を探し出したり、そのまま考えるのでは無く、別方面から見て答えを導き出していくというのが大切なんだなと思った。正十二面体を一周するとき、ずっと辺で考えていたけど、面で考えればよかつたというのにはなるほどなと思った。1つの考えに囚われないということの大切さを知った。

●数学はただ計算するだけでなく、しらみつぶしにして考えるのも数学ということを知りました。今回の授業では、グループの中で役割を分担したりして、より効率的に答え

を導き出そうとしていました。こういったことは、高志探究やSSHなどの研究に活かしていけると思いました。

●最初にこの授業をしたときに、ケーニヒスベルグの橋渡りの図を見て、頑張れば渡れるのではないかと思っていた。しかし、簡単な図を書いて、度の道だったらいけるのかと模索したところ、結局どのルートでもたどり着けず、答えも「ない」だった。まず表された図を簡単にしてそこから考えていくことが大事なんだなと感じた。次に類似の問題をやってみたが、これは案外早く答えが何通りも見つかった。しかししらみつぶしにやってしまったので効率的に樹形図をかけば良かったなあと後悔した。そして正十二面体一周を行ってみて、「複雑だな」とシンプルに思ったが、頂点の数を数えて自分なりに考えてみたところ、いい感じのところまで行ったので良かったと思う。周りで結構思いついている人がいてすごいなと思った。

●「ケーニヒスベルグの橋渡し」の地図を分かりやすい図に変えて考えているのがすごかつた。自分たちのグループでは全部の道を調べて「なし」という結論に辿り着いたが、他のグループで「なし」を証明して「なし」という結論に辿り着いていておもしろかつた。何でもやってみるのでは無く、考えてやるのが大切だと分かつた。「もしも」を考える事は何でも役立つなど思った。もう一つの町周りの問題では、ゴールから考えると良いということがわかつた。一筆書きをする時はゴールから考えていきたいと思った。

「正十二面体一周」の授業で自分たちのグループでは頂点と辺井注目してオリジナルの図を作って一周できるということを証明したが、図が自分たちのグループのメンバーしか理解することができなかつた。こんど証明する機械があったら、全員が理解できるように頑張りたい。はじめに頂点と辺だけで考えてしまって、面で考えるのが難かつたので、セカンドオピニオンを大切に様々な角度からその事柄を見ていけたらいいなと思った。

●今回の探究の時間では、図の大切さについて感じる事ができた。「ケーニヒスベルグの橋渡し」ではどんなルートがあるのか簡潔に理解する解きに、頂点と線のみ図はとても重宝した。作業は地道で根気のいる作業が多かつたので、今回遣った反対側のルートは対称なので省略するといったような時間を短縮することができたらいいと思った。また、スタート地点とゴール地点のルートの個数でゴールできるかできないかというのは言われれば納得できるものだったが、教えてもらう前に気付く事ができず悔しかつた。しかし、この考え方と知識はいつか役に立つと思うので忘れないようにしたい。

1120、●通るパターンを全て書いて求めるというやり方は、自分一人ではやろうと思わないやり方なので、今回、授業で皆と協力しながらやる事ができて面倒だったが、楽しかつた。また、すべて書き記さずとも、できないというこ

とを証明して説明している人がいて、感心した。このように発想を変えていろいろなアプローチをしていくことが大切なんだと分かった。また、こういう平面での考え方を正十二面体という立体でも同じように使って考えることができるということに驚いた。

●まず「ケーニヒスベルグの橋渡し」では考えたいことを簡単な図にして効率的に検証を考えて行く方法を学んだ。樹形図のような図をつくり考えて行く方法は思いつかなかったので、新たな考え方を学ぶことができてよかったと思う。

1127, ●たとえどんなにめんどくさい作業でも、地道に一つずつぶつけていけば答えを得ることができるということ学んだ。「ケーニヒスベルグの橋渡し」では地図を簡略化して物事を考えやすいようにした。また、いろんな地点から言っていた方が、どの地点も1回で渡れず不可能であるという答えが得られた。また正十二面体一周では前回の橋渡しと比べてとても難易度が上がり、最初はとても苦労した。しかし、中田君と協力しながら行ったところ、私が20%、中田君80%のアイデア力で見事一周することができた。中田君には感謝しています。どんな地味な作業でもひとつずつ行えば大きな結果を得られる、いわばチリも積もれば山となるを体感した授業でした。

●今回の話題もおもしろい内容ですごくよかった。「道」の問題で様々ないろいろな情報の描かれた図ではなく、簡潔に点や線、アルファベットなどだけを使って図を描くことが問題を解くうえで、かなり重要なことであると思った。正十二面体の問題の方では「図」を学んだあと、すぐにそれを用いて考えることができてよかった。このような単元は数え間違いなどの小さな凡ミスがよく出てくるような内容のため、「ズル」をすることも少し憶えようと思った。今までは全て試さないで不安で、無駄に時間をかけてしまう解きもかなりあったため、少しでも簡単に解くルートを見通せるようにしたいと思った。考査や模試でも、中学のときとは違って、正確性+スピードがかなり必要で、私にはスピードがぜんぜんたりてないため、同じことを2階やるようないみのないことをやらないようにしたい。それを今回の授業を通して学ぶことができた。

●全通りを試してみてもできないことを証明するということをして、全通り試すのは手間がかかるが確実だということを確認することができた。地図を分かりやすいように書き換えるということは大切だと思った。ただ、自分で書き換えることはできなかったため、できた人から学ぶということが必要になった。他の人から学ぶことはたくさんあるため、探していきたいと思った。全通り試すときに、同じ部分を見つけてそれを省略するちおう方法もあるということを知り、同じ部分を探すことは大切だと思った。全通り試す以外の方法もあることが分かったので、多くの始点で

物事を見るようにしたいと思った。出発点と到着点以外から出ている辺が偶数本なら一筆書きできるという性質をすることができた。地図から図形の仕組みについて知ることがあるということがわかった。

●初めは橋渡しと言われて、数学と何がつながっているのか不思議だったけれど、島を●(点)、橋を線(辺)として考えると聞いて正直驚いた。こんな考えもあることにびっくりした。最初の方は班のそれぞれで作業をやっていたけれど、手分けして協力して遣っていくと効率もよく、グループ活動をうまく使えたと思う。コツをつかんだら何個もルートを考えることができて、とてもうれしかった。数学に苦手意識があっても、今回のような興味深い、おもしろい話題だと、積極的に授業に参加できた。

●一見すると複雑そうなものも、必要なものだけを残せば驚くほど簡略化できることが今後活かせようと思った。又、以前のように闇雲に試してみるのではなく、論理的に考え、仮説を立てた上で考えることができるようになった。それによって、発見が多くなり、それがどのように影響しているのかを考えるようになった。

●「ケーニヒスベルグの橋渡し」の時には、地図から大まかな図形を作ってそこから考えて道を一つずつ書き出しておなじところはつぶしていくという作業が大切だと思いました。特に点と点を結んで図形を作ってみるととてもイメージしやすいし、答えまでの考え方もどうすればよいか分かりやすいのでその作業が自分でできるようになりたいと思いました。A, と3つのスタート地点があって、書き出していくうちに、「ここここが同じだから、どっちか1つやればいい」と気付くのが遅かったので、ただ黙々と解いているのではなくて、他のものと比較したり関連づけしながら、できるだけ時間をかけないで解答までもっていけるようにこれからしていきたいと思いました。また、ほとんどの人が最初から地道にやっていたけれど、もしもボックスを使って「もしも●●ができるとすると」と逆の方向から攻めてきたグループもあったので、先生が黒板に書いた方法以外でも証明できないかなと常に考えるようにしたいです。

●省略できる部分を見極めることが、今回の授業で楽をするポイントだということに気がついた。最初は、いつ終わるかもしれない樹形図を書いていって、どんどんやる気がなくなっていったけど、書いていくにつれて省略できる部分がわかっていき、楽しくなっていた。自分は今回の授業みたいに1から100まで全部というようなことは苦手だけれども、その途中で省略できる場所を見つけるのは、得意だから、これからのテストなどで活かしていきたい。また、最初からゴールを見据えてやるとやりやすいということを改めて実感した。自分がこれから問題を解くときはだいたいの数を予想して、そこに向けて解いていくようにし

ようと思った。

●「ケーニヒスベルグの橋渡し」では同じ道を1回しか通らずに全ての道を通ることはできるのかちうことを調べた。まず図を必要な物だけを残し簡略化することで調べやすくしました。そして道順にアルファベットで名前をつけました。1つの場所から何通りの生き方があるのか、まず具体的にするためにスタートから3つの道が枝わかれしていたので3つのパターンに分けて調べことにしました。樹形図を用いてそれぞれ何通りあるのかひとつずつしらみつぶしに調べて、だめだったものに×をつけていった。結果、同じ道を1回しか通らずに全ての道を通るということはできないということがわかった。理由は橋を通り地点についたあとに戻る橋がもう一つ名kレ場同じ道を通らざるを得なくなるためだとということが分かった。理由は言われれば納得するが検証するために使った時間が、この理由が分かっていたらやらなくて済んだと感じた。しかしやってみることで気がつくことがあるので手を動かさずじっと考えるよりはまずやってみて何か気がつくことがないか探す、または新たな発見ができると思うので答えを見つける過程のように、その過程に費やした時間は大切だと改めて感じた。

●今回の探求の時間では、問題を簡単な図に表して考えました。頂点で何本の辺が交わっているかによって一筆書きできるかできないかを考えることは楽しかったです。答えがわかっても根拠を立てないと正解にはなりません。自分で樹形図をかいて調べることは大変だったけど面白かったです。また、正十二面体一周では対称な形を利用して効率よく考える事ができました。今回の学習は普通の生活でもよく使うことが多いと感じたので使っていきたいと思いました。今回の活動では積極的に考え、班員と自分の考えを好感し、交流することができたと思います。今学期も「探究の時間」で考え方を学び、他の分野でも使っていきたいです。ケーニヒスベルグの町以外の橋でも考えてみたいですね。今回の分野はもっと知りたいと思いました。

最近数学の証明で分からないことがあっても、「最初はゴール」で考えるようになり、証明が前よりも解けるようになった気がします。これからも探求で学んだことを活かしていきたいです。

●今回は「ケーニヒスベルグの橋渡し」と題し活動を行った。まずこの問題の背景の説明がなされてから解き始めた。特にあたって、他クラスの生徒が描いた図が出された。このとき、「各自で簡単に考える方法」「どう考えていくかを思考させる時間がほしい」と思ったが、時すでに遅し。そのためこの図を使用して4カ所を一筆書きできるか試した。私はこの問題を認知していて、結果も分かっていた。改めて目で見て「ならない」ことが分かっていた。だが、皆でルートを書き出すという活動があり、それに従っ

た。活動はとても地味だった。樹形図を書いている中、肩が凝ったり、脳がゲシュタルト崩壊を起こしたりと疲労困憊だった。書き出してみるとどうだろうか。やはり一筆書きは不可だった。しかし、大きな樹形図は私の目を豊かにした。労働の対価として芸術を手にしたのだ。「数学をしていく上で泥臭いことをしないといけない時がある」この言葉が深く私の脳に刻まれた。後で見せられた「オイラーの思考」は凄かった。

●初見では、全く答えが分かりそうにもなかったけれど、図式化したことにより、自分も答えを出しやすくなり、誰かに説明するときも伝わりやすくなった。このことから宮本先生の「複雑な問題は分割して考える」という考え方は初見の問題のときこそ使えるものではないかと思った。授業の中で「やることを見つけたらそれを淡々とこなす力も必要だ」と先生がおっしゃったが、まさにその通りだと感じる事が日々の中でもあった。宿題があるのに別のことに手を出したり、自分でやっている研究で、目の前にある単純作業より、夢のあることをしたいと別のことを考えたりしてしまうが、やるべき時にやる力は非常に大切でそれを当然のようにできる人が大きな発見や成果を上げるのだと思う。私はかなり飽きっぽい性格で好奇心の向くままにあちこち飛んでしまうので、長続きせず、結果的に全てにおいて思うような成果がでないということも少なくない。これから理数科に行って他クラスより多くの時間を割いて研究を進めていく上で、忍耐力や持続力を今のうちから手にいれておきたい。自分が本当に好きなことは何なのかを見つけて、勇気をもって飛び込みたい。数学は好きで、いろいろな疑問をもっているけれど、途中であきらめてしまったこともあるので、もう一度思い出したり、メモを探したりして探究し、答えや、それに津ながら過程を導き出したい。

●ケーニヒスベルグの橋渡しでは、主に中小か、しらみつぶしを使う話題だったが、問題解決に向けて取り組むうちに、しらみつぶしについて新しい考え方、工夫が生まれた。それは左右対称性のある、すなわち、左に行っても右に行ってもその先のルートは同じようになるから、片方の検証だけでよいというものがある。この考え方を使って、より速くゴールにたどり着くことができたので、検証の数を減らすという視点をこれから大切にしていこうと考えた。この考え方は図形などで証明の問題にも使えるので使っていこう。次の都市周りの問題では、隣の班の人が「最初はゴール」の考え方の派生で、ゴール地点から逆算して考えていて、これも検証の数を減らす方法だと印象に残った。すべての手段を検証、しらみつぶしが終わると、「もしもできたとしたら・・・」というオイラーの考え方を参考に、橋の数を増やしたり、減らしたりしていると、橋の数によって問題が解決できるかできないかがきまっているというこ

とがわかった。そしてその原理、ケーニヒスベルクの橋渡りの根本的な考え方を自分なりに考え出すことができた。この経験から問題が解決できないとわかってからも、「もしもできたとしたら・・・」という考え方をもちて問題を追究することによって、新しい発見、原理の理解につながるのだと考える。

●今回の探究の時間ではケーニヒスベルクの橋渡しと正十二面体一周について考えました。ケーニヒスベルクの橋渡しでは最初に行けるんじゃない？と思っていたけど、班のみんなと一緒に調べて全てのルートで行けなかったの、不可能だということを知ることができた。できるかできないかだけでなく、どうすればわたれるのか。「具体的にあといくつあれば渡れるのかを考えました。いつも私は与えられたことだけをやっていただけ、与えられた以上のことも考えるということが大切なのだと思いました。

●「ケーニヒスベルクの橋渡し」では、最初はゴールの考え方でたとえば、Dでゴールできたら、対称であるBでもゴールできるという仮説を立てて行った。班内でスタートする場所を決めて、どの道順を辿ったかを樹形図のようにして表すことで、わかりやすくなった。また、ゴールすることができないことを証明するためにも、樹形図などは必要だと思った。今回のゴールから考えてみるという方法は、証明問題などでも共通して、結論から定理を導いたり条件を見つけ出すことができる。最初から丁寧に解き進めていくという考え方にこだわらず、結論から広げていく考え方を大切にしていきたい。

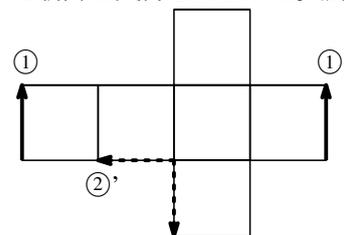
●小さいころから何気なくやっていた、一筆書きや一筆のパズルについて詳しく学ぶとは思っていなかった。今まで感覚で「これはこうで・・・」という感じでやっていたので、初めは自分の感覚、思考を言語化することができなかった。だけど、今回で少しだけ、自分の考えを言葉にできるようになった。例えば、今までは、枝分かれが一つしかない島をスタートにするとなんとなくやっていたけれど、これは島を出る道と入る道が必要だから、道が一つしかないところをスタートにしていたのがわかった。また、今まで自分はパズルを解くとき、逆算していたことが分かった。一筆書きをするにあたって、ゴール前の道、いわば花道を作っておくのが大切になってくる。それはゴールの周りの島をすべてはじめのうちに通ってしまうと、ゴールは孤立してゴールに到達することが不可能になってしまう。それを長内ながらに経験から学んだことによって、何をやるにしても、まずゴールから考える癖がついたんだと思う。そして、そのゴールから考える。ゴールからスタートするのは、数学において、とても大切なことだと思う。だから、これから数学で問題を解くとき、ゴールをふさがないように、最後に何が言えれば良いのかというところはっきりさせるようにしたいと思った。久しぶりに一筆書きし

て楽しかった。チョコに期待しています。

●「ケーニヒスベルクの橋渡し」は知らなかったの、結果がどうなるかわくわくして解き進めることができました。でも、調べる量は多いし、調べているうちにごちゃごちゃして分からなくなったりして大変でした。グループの人たちに教えてもらったり、教えてあげたりして、一応全部調べることができたのでよかったです。図だけをmチア感じ、すべての橋を歩いていけそうだったけれど、調べてみるとどのルートを使っても条件を満たせなくておもしろいなあと思いました。

●今回の探求の時間を通して、根気よく、答えを出すために手を動かして全て書き出すことは基本で、大切なことだなと忘れていたことを思い出された。今までは、何か法則があるのではないかと、簡単に速く答えを導く方法はないのか、など手っ取り早くやろうという気持ちが大きくなっていった。私は面倒くさがりのため、一つ一つの順番を変えてみて、かが得ることがとても嫌いだ、効率が悪いように感じても、答えを導くためには必要なのだ、と自分に言い聞かせて数学も、他のことにおいても、そのようにして頑張っていこうと思う。

●もしもボックスの使い方にとっても悩んだ。やはり当たり前を当たり前だと捉えてしまっているのが、まだまだ自分の中に染みついているのだと感じた。これは無意識に考えているから、簡単・単純すぎるなどと思わずに意識して「起こっていること」に着目していきたい。また宮本先生が、正十二面体の展開図を、重なる点や辺はそのまま重ねて書かれていたのを見て、自分は多分やったことが無かったので新鮮な気持ちになった。展開図といえば、



のように、①と①'や②と②'など、立体では重なっている所が分かれてしまうようなものしか見てこなかった。だから私も同じグループの仲間も、正十二面体の展開図を書いてみようと思ったとき、辺の数が多すぎて混乱してしまった。今回は展開図といっても、すべての頂点を平面上に表すことを目的としていたから、形がゆがんでも問題なかったのだとわかった。ケーニヒスベルクの橋渡しについては図をより簡略化することで考えやすくなることや、起こり得る全ての場合を挙げて考えることも数学において大切だということも学んだ。普段の授業とテストばかり受けていると、速く解く方法ばかり求めてなんとなく正解だと思った方向に進みたくなくなってしまうが、時間がかかっても確実に答えに辿り着ける力も必要だと気づくことができた。

●同じ橋を2度渡らないで、すべての橋を渡る方法を考えたとき、図を描くと分かりやすくなるというお話を学んだ。まず最初に図を書いてみるのが大切なんだと思った。また、樹形図で求める方法も学んだ。ルートが多すぎたりすると、たくさん枝分かれして混乱するので、全部書かなくても判断できる方法も学ぶことができた。平面から立体になると考え方も難しくなって苦労したが、グループの人と話し合った新しい考え方も発見できたのでよかった。

●「ケーニヒスベルクの橋渡り」について考えたときにスタートの位置を決めて全部の場合を調べた。この時に、同じようなつくりかたをしているときはどちらかにしぼって考えることが効率的だと分かった。また、すべての場合を示せば、答えを証明することができるが、走んおかずが増えたらとても時間がかかってしまう。そこで、この問題や一筆書きはスタートとゴールの場所から出る線は奇数で、それ以外は偶数であればできると分かりました。

●「ケーニヒスベルグの橋渡り」では、班でどのように通れば全部の橋を通れるか調べた。橋渡りの全通りを調べてみるのは大変だったが、調べなくても同じである所などは工夫することができた。今回、私たちの班ではそれぞれの役割を分担して効率良く進めることができた。やはり、作業はそれぞれの役割に分担することがスムーズに進められる非常に大事なことだと感じた。また、橋渡りの全通りを調べてみると、全部の橋を通る方法はなく、点では出ると入るのがそれぞれ1つずつあることがわかった。なぜ全部の橋を通る方法はないのかを考えたとき、「もし通れたら・・・」と考えるとすごく考えやすくなると思った。

●私が一番印象に残っているのは、正解を発見するにあたって、全ての場合を調べることを大切にすることです。しらみつぶしに最初から最後まで調べていくというのはあまり効率の良い事ではないので、初めは何か良い調べ方はないかと考えていました。しかし実際には手を動かすわけでもなく、ただ一点を見つめて考えているだけなので何も浮かびません。しらみつぶしに調べるときには何を調べて何がしらべたいのかというようなことがわかるように樹形図を書くことが重要になってくると感じました。その際、私はそれぞれの橋の頭文字をとって調べましたが、そうでなくてもアルファベットを使ったり、図をより感嘆い大事なところのみを抜き取って考える力が大事だと考えました。

●「ケーニヒスベルグの橋渡り」という言葉を初めて聞いたが、実際にやってみるとおもしろかった。スタートとゴールは決まっているので、班の人と協力して順番いやると見つけやすかった。探求の時間が始まった最初の時間は、先生から問いを出されてもみんな静かで手も動かなかったが、今は少しずつ手が動くようになり、この時間を通して成長できた点だと思う。図を書いてみると考えやすかつ

たので、どんな問題においても、図を書くことは大切だと思った。「もしも」の考え方も大切だなと実感した。たしかに、道は偶数本ないとたどり着くことはできないと思った。一筆書きの書き方にも納得した。

●「ケーニヒスベルクの橋渡り」の絵を見て、一見して複雑そうに見えるものは簡略化した図にして表すと考えやすくなるとわかった。絵だけに限らず、多数の経路や図形の展開図等、自らが一番わかりやすいように表明化することで、考える速度が上がり、理解が深まりやすくなることがわかった。特に、街をめぐる地図は一見してみるととても複雑で、考えるのにかなりの時間を要するかもしれないと思ったが、略図化することですんなりとルートを導きだすことができ、作業の簡略化を図ることができた。

展開の仕方でも工夫した。正十二面体はそのまま展開してしまうとそれぞれの頂点が離れてしまい、経路を求めることができないものだったので、オリジナルの形にこだわるのではなく、性質を保ったまま変形させるという手段によって略図化をすることができた。しかし、正十二面体の頂点をすべて通って一周するという問いに対して、数学的な思考で答えることができなかった。数を植えて場あたるといって考えから抜け出し、消去法を用いてどんどん選択肢を限定していき、政界を導き出せるような思考力を身に着けるように日ごろから努力していかなければならないと思った。

●「ケーニヒスベルグの橋渡り」の問題を見たのは初めてだったが、似たものは見たことがあった。おそらくどうにかすれば橋を全て渡りきることができるだろうと思っていた。ただ、がむしゃらに通らぬ線を引き、答えを探していたが、見つけることはできなかった。橋を通る手順がとても多く、正しい手順が一つだけだった場合、何も考えずに線をひいて正しい手順を見つけることは、もしかしたらできるかもしれないが、その場合、よっぽど運がよくない限り、とても時間がかかってしまうだろう。そのため、橋の一つひとつにA、Bなどと名前をつけ、通った順にA→B→C・・・と書いていき、正しい手順を見つけようとした。結局すべての橋を通ることはできなかったが、地道に行うことの大切さを改めて知った。

●「ケーニヒスベルグの橋渡り」を知らなかったのも、面白そうだった。初めはどうすればよいかわからず、ただやみくもに試してみた。できなさそうだったけど、明確な理由がなかったのも、どうすればよいか分からなかった。先生が見せてくれた樹形図のような図はとても簡単で、自分ではできなかったのが驚いた。一つずつ試していくのは大変だったが、すべての可能性を確認してつぶしていくことも数学では大切なのだと分かった。