

コップ内の水の共振現象

岩手県立一関第一高等学校普通科3年 ⑦-3班

菊池菜々子 瀬川志織 高橋和叶

要約

水をコップに入れたときにコップ内の水がこぼれる要因は、コップを持ち歩く以外に、可聴域による音の振動があると考え、外部から与える振動とコップの固有振動との関係について調べた。外部からコップに振動を与えて、コップ内の波が最も大きくなる振動数を測定したところ、得られた振動数がコップの固有振動数と一致した。これより、共振によってコップ内の波が大きくなることで、コップ内の水がこぼれる要因となることが分かった。

〈キーワード〉共振 固有振動 固有振動数

1 はじめに

Han (2016)は、歩行時にカップ内のコーヒーがこぼれる要因を明らかにするためにカップを持って歩く際の加速度を3次元で測定し、3方向それぞれの変化を調べた。そして、全ての方向で歩く速度に対応する2 Hz付近にスペクトルのピークがあること、さらに進行方向には高周波成分が存在し、4 Hz付近にもスペクトルのピークが見られることを示した。これより、コーヒーを入れたカップを持って歩行することで、コーヒーの固有振動数とカップを持って歩く際に生じる進行方向の振動成分(高周波成分)が共振することで、コーヒーが大きく波打ち、コーヒーがカップからこぼれることを報告している。

一方で、弦や管の固有振動がカップでも生じるのであれば、可聴域の音による振動でもカップ内の水がこぼれる可能性がある。そこで、外部から与える音の振動によってコップ内の水がこぼれるのか調べることを目的として、「コップの固有振動と外部の振動の共振により、歩行しなくてもコップ内の水は大きく揺れコップの水はこぼれる。」という仮説を立てて研究を行うことにした。

(1) 実験道具

以下の道具を使用する。

コップ1(プラスチック製、直径8.0 cm、深さ9.3 cm)、コップ2(プラスチック製、直径8.5 cm、深さ9.5 cm)、ストロー(プラスチック製、長さ14 cm、太さ1.0 cm)、ポータブルスピーカー(JBL Go3:出力4.2 W、JBL CLIP2:出力3 W)、定規(プラスチック製、幅2.5 cm、長さ16 cm)

(2) 実験の手順

【実験1】コップの固有振動数の測定

- ① スピーカー上にコップ1を置き、その中にストローを入れる(図1)。
- ② スピーカーから80~140 Hzの音を10 Hzごとに出し、ストローが大きく揺れる振動数を測定する。

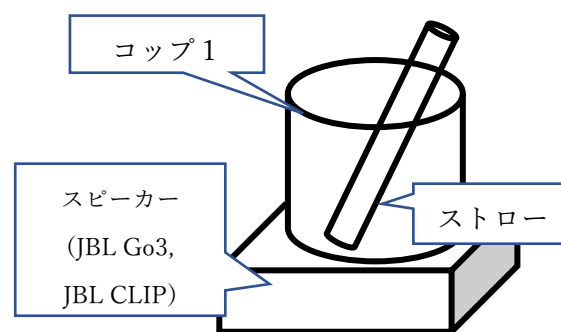


図1 実験1の模式図

2 研究方法

【実験 2】 コップの共振条件

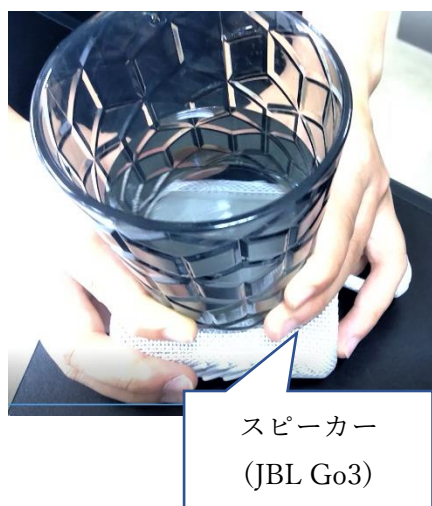
①コップ 1 の深さ 5 cm まで水を入れる。

②コップまたはコップ内の水に、以下の 2 通りの方法で振動を与え、水面が大きく揺れるときの振動数について調べる。

②- [i] スピーカー(JBL Go3) 上に①を置く場合 (図 2 (a))

②- [ii] スピーカー(JBL CLIP2) に固定した定規をコップ内に差し込み、水に振動を与えた場合 (図 2 (b))

(a)



(b)



図 2 実験 2 の様子 (a) コップを振動させる場合 (b) 定規を振動させる場合

3 結果

【実験 1】

コップに振動を与えたときのストローの動きを表 1 に表す。

65 Hz 以下または 150 Hz 以上の振動をスピーカーで与えたとき、ストローの動きに変化は見られなかったが、80 Hz, 120 Hz, 130 Hz で、ストローが大きく動いた。その他の振動を与えたときは、ストローが動くときもあったが、80 Hz, 120 Hz, 130 Hz ほど大きく動くことはなかった。

表 1 与えた振動数とストローの動きの関係

振動数(Hz)	0~65	70	80	90	100
JBL Go3	×	○	◎	○	○
JBL CLIP2	×	×	×	×	○
振動数(Hz)	110	120	130	140	150~
JBL Go3	○	×	×	×	×
JBL CLIP2	○	◎	◎	○	×

◎…ストローが大きく動いた値, ○…ストローが動いた値
×…ストローが動かなかった値

【実験 2】

コップに振動を与えたときと、コップ内の水に振動を与えたときの、コップ内の水の波の様子を表 2 に示す。

表 2 与えた振動数と共振の関係

振動数(Hz)	60	70	80	90	100
コップを振動させる場合②-[i]	○	○	◎	○	○
定規を振動させる場合②-[ii]	×	×	×	○	○
振動数(Hz)	110	120	130	140	150~
コップを振動させる場合②-[i]	×	×	×	×	×
定規を振動させる場合②-[ii]	○	◎	◎	○	×

◎…コップ内の水の波が大きく変化,

○…コップ内の水の波が変化, ×…変化なし

4 考察・議論

実験 1 で、ストローが大きくはね上がったことから、コップの固有振動数は 80 Hz, 120 Hz,

130 Hz になると考えられる。また、スピーカーの特徴の違いにより、2つのスピーカーで、ストローが大きくはねた振動数が異なると考えられる。

実験2では、同じ振動数で水の波が大きく変化したことから、コップとコップ内の水で共振が生じたと考えられる。そこでコップ内の水が固有振動をしていたのか、理論的に検証を行う。

スピーカーによって生じた波はコップの側面で自由端反射をし、定在波が生じる(図4)。

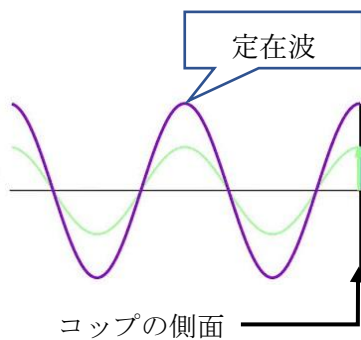


図4 コップ内で生じている波の模式図

そのとき生じる定在波の波長を λ_n [m]、コップの水が入っている上面の高さの直径を l [m]、 n を自然数とすると、波長 λ_n は次の式で表される。

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad \dots(1)$$

また、水を伝わる波の速さを v [m/s] とすると、固有振動数 f_n [Hz] は、

$$v = f_n \cdot \lambda_n \quad \dots(2)$$

となり、以下の式で表される。

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2l} \quad \dots(3)$$

ここで、実験で用いたコップの直径 $l = 7.0 \times 10^{-2}$ m、水深 5.0 cm のときの波の速さ $v = 0.787$ m/s とすると(付録参照)、 $f_n \approx 5.62 n$

と表され、5.62 Hz を基本振動とする定在波になることが分かる。

実験2のデータと比較すると、波が大きくなったときの振動数は、基本振動の倍振動(80 Hz は14倍振動、120 Hz は21倍振動、130 Hz は23倍振動に相当)になることが分かる。以上より、波が大きくなったのはコップの固有振動と外部から与えられた振動が一致し、共振が起こることで、水の波が大きくなったことが確認できた。

次に、コップを振動させた場合と、コップ内の水を定規を用いて振動させた場合の違いについて考える。定規を振動させる場合はコップの側面と定規で波が反射するため、コップと定規の間で定在波が生じると考えられる。側面と定規の間の距離を l' [m] とすると(図5)、 $l' = \frac{l}{2}$ となり、生じる波長 λ'_n [m] は(1)式より、

$$\lambda'_n = \frac{2l'}{n} = \frac{l}{n} \quad \dots(4)$$

となり、生じる振動数 f'_n [Hz] は(3)式より、

$$f'_n = \frac{v}{\lambda'_n} = \frac{nv}{l} = 2f_n \quad \dots(5)$$

と表される。表2より、80 Hz の2倍振動 160 Hz が共振していないことから、側面と定規の間では共振が生じていないと考えられる。

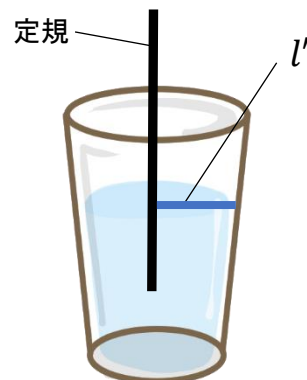


図5 実験2で定規を振動させる場合の模式図(図3(b)に対応)

ここで、上記に示したように、コップ内の水の共振現象によってコップ内の水の波の振幅は大きくなると考えられるが、一般的に成り立つのか確認するため、別のコップを使用し、水深を変えて実験2と同様の実験を行った。このときのコップ内の水は水深3.0 cm、コップの直径は6.0 cmである。

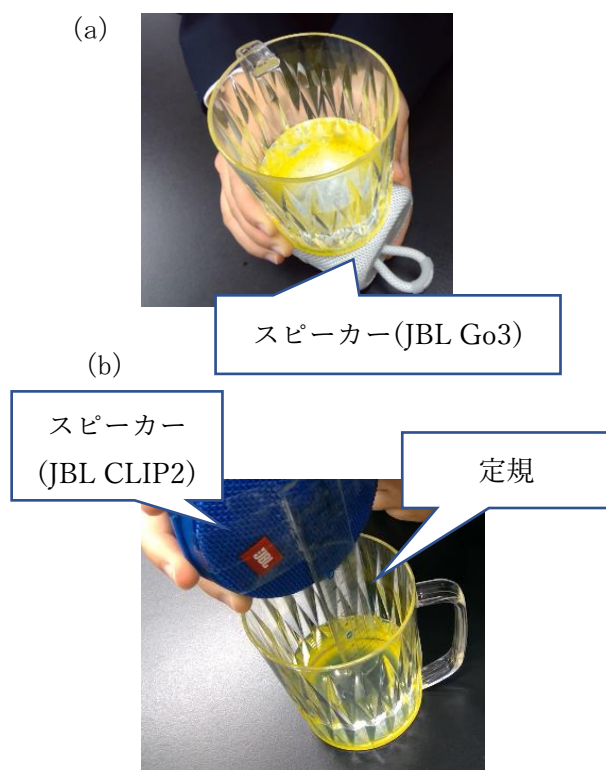


図6 コップ2を用いた実験の様子 (a) コップを振動させる場合 (b) 定規を振動させる場合

結果を表3に示す。定規を振動させる場合には120 Hz、スピーカーのみの場合では85 Hzでそれぞれ水面の波の振幅が最大となり、それぞれ12倍振動、10倍振動に対応していた。このことからコップ内の水の共振条件が一般的にも成り立つと考えられ、仮説は立証された。

5 結論・今後の方針

コップを外部のスピーカーから生じる音で振動させたとき、コップ内の水に生じる波が大きくなるのは共振によるものであることが分

表3 与えた振動数と共振の関係

振動数(Hz)	80	85	90
コップを振動させる場合②-[i]	○	◎	○
振動数(Hz)	110	120	130
定規を振動させる場合②-[ii]	○	◎	○

◎…コップ内の水の波が大きく変化,

○…コップ内の水の波が変化, ×…変化なし

かった。

また、装置の都合で1 Hzごとに振動させることができなかつたので、コップの固有振動数を実験で正確に求めることができなかつた。今後は、別の装置を用いて細かく広い範囲の振動数で実験を行い、水の揺れ(波)と振動の関係を求めたい。

謝辞

本研究を行うにあたり、協力していただいた佐々木隆浩先生、柿木康児先生に、深くお礼申し上げます。

参考文献

Han Jiwon(2016) : A study on the Coffee Spilling Phenomena in the Low Impulse Regime, Achievements in the Life Sciences,10(1),87-101. (2021.7.20)

付録 水の波の速さの測定

水深が変化した際の波の速さを以下の方法で測定した。

①水を張った水層(横180 cm、縦12.0 cm)の端にアクリル板を差し込むように入れ、それを波の進む方向に動かすことで波を発生させる。

②端とは異なる2点(間隔60 cm)をとり、その水層の端から離れた間を通過する時間を測定する。水深を1.0 cmずつ変えながら1.0 cmから5.0 cmまで調べる。

結果を表 A に表す。水深 5.0 cm と 3.0 cm のときの波の速さの値を 4 節でそれぞれ用いた。

表 A 水深と波が伝わるのにかかった時間の関係

水深(cm)	60cmを伝わるのにかかった時間(s)					平均(s)	速さ(m/s)
1.00	1.79	1.89	1.67	1.61	1.71	1.73	0.347
2.00	1.36	1.36	1.32	1.31	1.40	1.35	0.444
3.00	1.14	1.12	1.14	1.19	1.28	1.17	0.513
4.00	1.00	0.930	1.01	0.980	0.920	0.968	0.620
5.00	0.760	0.750	0.780	0.810	0.710	0.762	0.787