

連成振り子における共振時のエネルギーの伝わり方

岩手県立一関第一高等学校理数科3年 物理1班
富塚咲良 荻原佑佳 千田基希

要約

私たちは、連成振り子における共振時のエネルギーの伝わり方を調べるために、共振が起こる要因、共振が起こりやすい条件を横糸の張力の大きさ・振り子の間隔を変えて実験を行った。その結果、横糸の張力が小さいとき、振り子間の距離が短いときに共振は起こりやすくなり、エネルギーの伝わり方には、横糸のたわみに関係していることが分かった。

<キーワード> 共振 横糸のたわみ 振動モード

ABSTRACT

In order to investigate how energy is transmitted at resonance in a single pendulum, we conducted experiments to determine the factors that cause resonance and the conditions under which resonance is likely to occur by changing the size of the weft tension and the distance between the pendulums. As a result, it was found that resonance was more likely to occur when the tension of the weft was small and the distance between the pendulums was short, and that the flexure of the weft was related to the way the energy was transmitted.

Keywords: resonance, flexure of weft yarn, vibration mode

1 はじめに

共振とは、振動体にその固有振動数と同じ振動数で力を加えると、小さな力でも大きく振動する現象のことである(國友ら, 2016)。共振がどのようにして生じるか研究することは、免震や耐震の技術開発を行う上で大きな意義があると考えられる。龍溪(1982)によると、連成振り子のエネルギーの伝達は、振り子の間隔が70 cm以下なら振り子と糸の結び目の振動が原因となることが示されており、70 cmを超えると糸のねじれが原因となることが推測されている。また、振り子の間隔が70 cm以下なら、連成振り子が静止状態から動き出し、最大振幅を経て再び静止するまでの時間(以下、共振の周期とする)は、理論式に従うと報告している。しかしながら、連成振り子がどのように運動し、エネルギー伝達がどのような時間変化をするのかということについてはよくわからなかった。私たちは、そこに興味を持ち、研究を行うことにした。本研究の目的は、連成振り子において、共振時に振

動のエネルギーがどのように伝わるのかその時間変化について調べるとともに、共振が起こりやすい条件が何か具体的に明らかにすることである。

そこで、共振がどのような要因で起こるのかについて調べるために以下の仮説を立てた。
仮説①：共振は、振り子を揺らした際の糸のねじれによってエネルギーが伝わって生じる。

仮説②：張力が大きいほど共振が起こりやすい。

仮説③：共振時のエネルギーの伝達は横糸のたわみと関係がある。

仮説④：振り子の間隔が小さいほどおもりの共振の入れ替わりの周期が増える。

2 研究方法

【実験Ⅰ：横糸のねじれによる共振の観測】

先行研究では、振り子の間隔が70 cmを超えると糸のねじれによって共振が起こると示されていたが(龍溪, 1982)、振り子の間隔



図 1 実験装置

が 70 cm 以下でかつねじれが生じない場合でも共振が起こる可能性があると考え、振り子をつるす横糸の代わりに金属棒を用いて実験を行う。

使用するのは、鉄でできた金属棒（長さ 50 cm，直径 0.50 cm），たこ糸，プラスチック球（直径 0.35 cm，質量 25 g），スタンドである。まず，2つのスタンドの間に横糸を張り，振り子の間隔が 30 cm になるように2つのおもりをつるす。その後，片方の振り子の糸が鉛直線と 45 度をなすところで静止させ，静かに手を放してもう片方の振り子の動きを観察する。次に，横糸の代わりに2つのスタンドの間に金属棒を水平に固定し，同様の実験を行う。

【実験Ⅱ：横糸と振り子の位置の測定】

次に，2つの振り子の間で横糸がどのように揺れるのか調べるため，実験Ⅰで使用した器具に加えて，滑車とデジタル表示のはかりを使用する。金属棒を取り外して横糸を張り，その張力を測るために，はかりをスタンドの片方に固定し，もう片方のスタンド側には張力を調節するための鉛球を結ぶ。プラスチック球のおもりをつけた糸2本を振り子の間隔が 30 cm になるように結びつける（図1）。張力を調節し，実験Ⅰと同様に一方の振り子の糸が鉛直線と 45 度の角度になるようにして静かに手を離す。はじめの糸の位置にテープを貼り，スマートフォンを糸の真上に設置してはじめの位置（中央）からのずれを動画で撮影する。得られる画像データからそれぞれの振り子の位置と横糸の位置を定規で計測し，計測した値をもとにグラフを作成する。

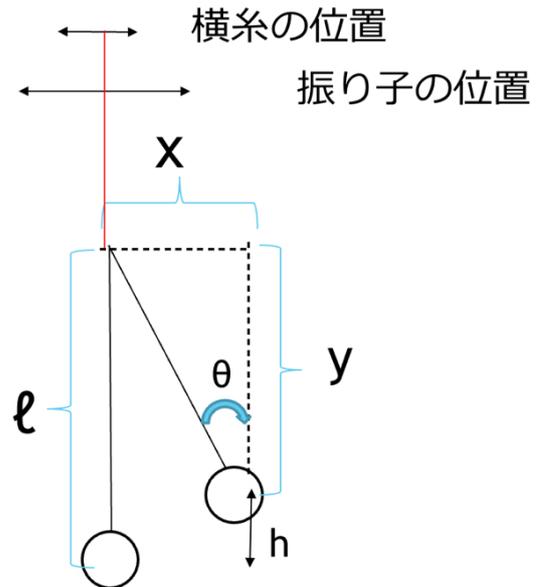


図 2 位置エネルギーの求め方

【実験Ⅲ：共振における位置エネルギーの時間変化】

実験Ⅱと同様に実験を行い，画像データから振り子ごとに最大の振れ幅の位置を定規で計測し，重力による位置エネルギーを求める。今回は張力が小さい場合と大きい場合に分けて実験する。振り子の間隔は 30 cm に統一し，横糸の張力は，図1の実験装置でできる横糸の張力の範囲の最小と最大である 2.0 N と 5.0 N に設定する。また，2つの振り子の間隔が変わると横糸のたわみ方が変わり，共振の起こりやすさが変化すると考え，2つの振り子の間隔を変えた実験も行う。ここでは張力を 2.0 N に固定し，振り子の間隔が 14 cm の場合でも実験し，以下の方法で位置エネルギーを求める（図2）。

位置エネルギーは，次の方法で求める。まず，振り子の位置と横糸の位置の差 x を求める（これを，横糸からの相対位置と定義する）。次に，以下の式を用いて，糸の長さ l と相対位置 x から振り子と鉛直方向のなす角度 θ を求める。そして，振り子の高さ y を求め，振り子の最下点からの高さ h を求める。最後に，プラスチック球の質量 m と重力加速度 g を用いて位置エネルギー mgh を求める。

$$\sin\theta = \frac{x}{l} \quad \dots (1)$$

$$y = l\sqrt{1 - \sin^2\theta} \quad \dots (2)$$

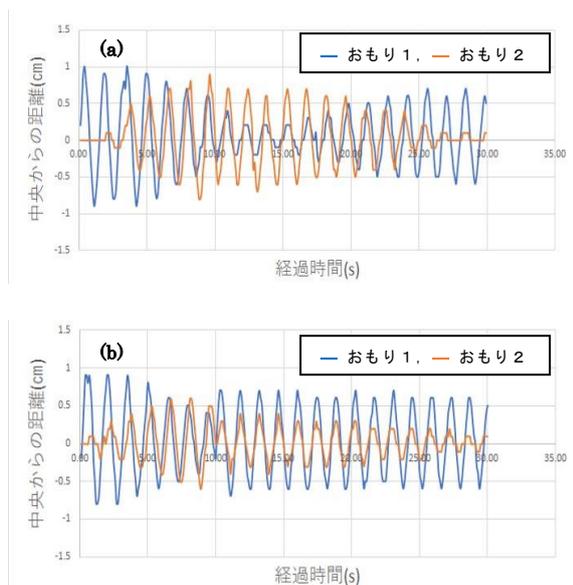


図3 2つのおもりの位置の時間変化 (a) 張力 1.35 N の場合 (b) 張力 5.75 N の場合

$$h = l - y \quad \dots (3)$$

3 結果

【実験Ⅰ：横糸のねじれによる共振の観測】

ねじれのある横糸を使用したときは、連成振り子は共振した。次に、ねじれのない金属棒を用いたときは、振り子は微かに振動した。そのため、共振は横糸のねじれよりも横糸自体の位置変化による寄与が大きいことが確認できた。横から撮影した映像を見ると、振り子の動きと連動して横糸がたわみ、揺れに応じて、糸が上下、左右に振動していた。金属棒を用いた場合でも、揺れ幅は小さいが同様に振動した。

【実験Ⅱ：横糸と振り子の位置の測定】

2つのおもりの位置の時間変化をみると、張力が 1.35 N のときは共振が生じ、2つのおもりの振動状態が入れ替わっていた (図3)。しかし 5.75 N のときは共振が生じたものの、最初に 45 度の角度から手を放したおもり 1 は振幅が少し小さくなった後、ほぼ同じ振幅を維持していた。

【実験Ⅲ：共振における位置エネルギーの時間変化】

振り子の間隔を 30 cm に固定した場合の結

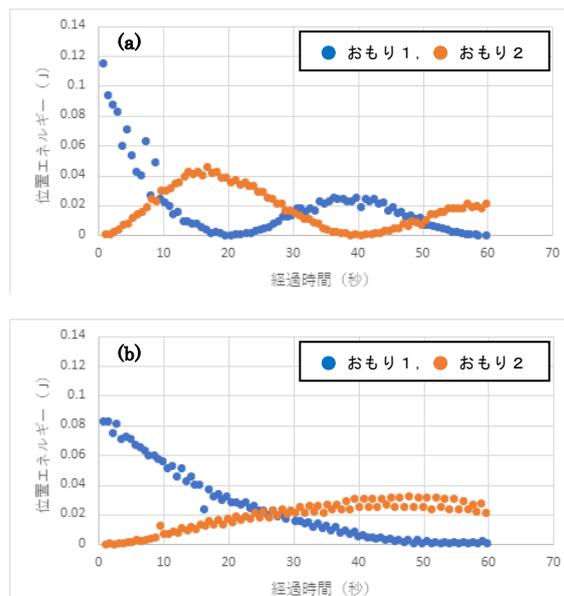


図4 2つのおもりの位置エネルギーの時間変化 (振り子の間隔 30 cm) (a) 張力 2.0 N の場合 (b) 張力 5.0 N の場合

果を図4に示す。張力が 2.0 N のとき、一方の振り子 (おもり 1) を支える手を放してから、急激におもり 1 の位置エネルギーが減少している。おもり 2 は、次第に位置エネルギーが上昇し、9.2 秒付近で2つの位置エネルギーが同じになる。その後、おもり 2 の位置エネルギーは 16.8 秒付近で最大になり、おもり 1 は 19.6 秒付近で最小となった。張力が 5.0 N のときは、2.0 N のときに比べて横糸のたわみは小さく、おもり 1 からおもり 2 へとゆっくりとエネルギーが伝わっている。このとき、おもり 1 とおもり 2 のそれぞれ極大から極大 (または極小から極小) の周期 (これ以降、共振周期と呼ぶ) は、張力が 1.35 N のときが約 20 秒となったのに対し、5.75 N のときは約 50 秒と見積もられた。また、どちらも2つのおもりの位置エネルギーの和は時間とともに減少していた。

一方、振り子の間隔を 14 cm にした場合は、30 cm のときに比べて横糸のたわみが大きくなった。横糸の張力を 2.0 N にし、振り子の間隔を 14 cm と 30 cm にした場合の位置エネルギーの時間変化を図5に示す。共振周期は、振り子の間隔が 30 cm のときが約 39 秒となったのに対して、14 cm のときは約 24 秒と短くなった。このとき、振れ幅が最大から次の最大になるまでの時間も短くなった。

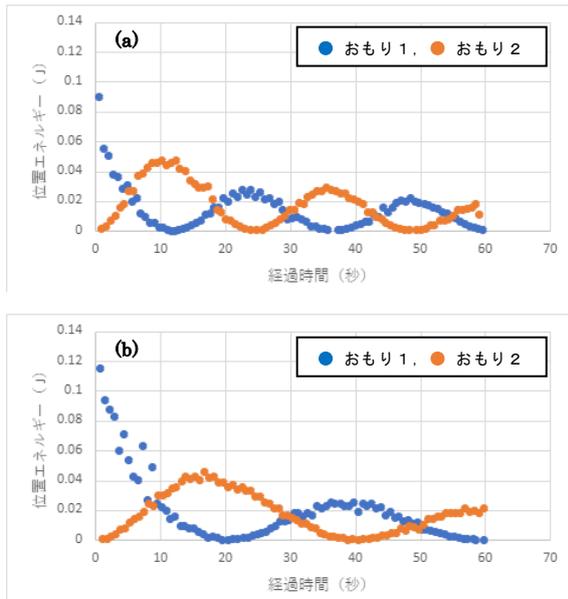


図5 2つのおもりの位置エネルギーの時間変化（張力2.0 N）(a) 振り子の間隔14 cm
(b) 振り子の間隔30 cm

4 考察

実験Ⅰでは、振り子をつるす横糸の代わりに金属棒を用いても共振が起きたことから、共振は糸のねじれ以外の要因でも生じると考えられ、仮説①は棄却された。連成振り子のエネルギーの伝達について、龍溪（1982）に示されている振り子の間隔が70 cm以下なら振り子と糸の結び目の振動が原因であることは正しいと推測される。

また、実験Ⅱから、張力が小さいときは、横糸の左右の動きが大きくなり振り子の振れ幅が大きくなることで、連成振り子がより大きく動くと考えられる。逆に、張力が大きいときは横糸の動きが小さく、振動が伝わりにくくなるため、共振が起こりにくくなったと考えられる。これは金属棒を使用したときと同様と考えられることから、仮説②は棄却された。

次に、これまでの実験から、横糸のたわみが大きい（張力が小さい）ほど、共振周期が短くなり（実験Ⅰ）、また、横糸のたわみが大きい（振り子の間隔が小さい）ほど、共振周期が短くなっている（実験Ⅱ）。

なぜ共振周期が短くなるのか理由を調べるために、2つのおもりの位置の時間変化を見ると、2つのおもりは振動しながら、互いに同じ向きですれ違う場合と、逆向きですれ違う場合があることが確認できる（表1）。これ

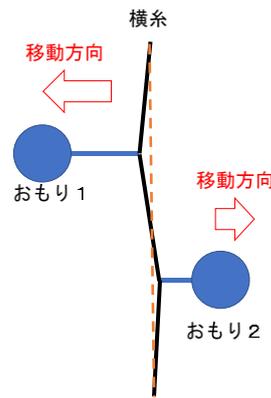


図6 2つのおもりが逆方向に移動する場合の横糸の模式図

表1 2つのおもりが60秒間ですれ違った数

張力	振り子の間隔	同じ向き	逆向き
2.0 N	30 cm	51 回	27 回
	14 cm	75 回	55 回
5.0 N	30 cm	84 回	2 回

を振動モードと定義する。

振動モードが逆向きの場合の回数を比較すると、張力2.0 Nで振り子の間隔が14 cmのときに回数が一番多くなっている。おもりが振れる際には、おもりの移動に伴って横糸にはおもりが移動する向きに水平方向の力が加わると考えられる。一方、振動モードが逆向きの場合は、片方のおもりが移動しながら横糸を引く方向ともう片方のおもりが引く方向が逆になるため（図6）、横糸の水平方向の揺れが抑えられ、振れ幅の大きい方の振動が減衰し、共振周期が短くなって振動の入れ替わりが多くなると考えられる。

そこで確認のため、2つのおもりの水平位置から、おもりが振動する方向の2つのおもりの重心位置とそのときの横糸の水平位置の時間変化を求めると、2つのおもりの重心位置が特定の方向に変位している場合は、横糸も同じ方向に変位していた（図7）。これより、横糸が2つのおもりとつながった糸の張力によって振動すると考えることができ、先ほどの振動モードによって横糸の水平方向の揺れが抑えられるという考察とは矛盾しない。

また、2つのおもりの重心位置の振動幅に注目し、位置エネルギーの時間変化（図5（b））と比較すると、おもり1（最初に、人の手で振動させたおもり）からおもり2（静止状態から振動をはじめたおもり）にエネルギーが移動する際には振動幅が大きくなり、おもり

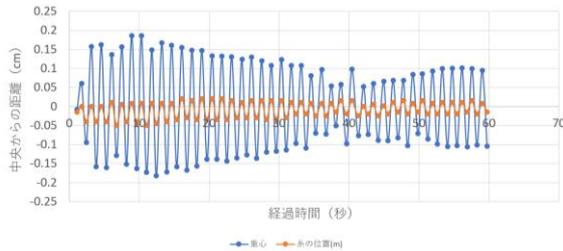


図7 重心と横糸の位置の時間変化（張力 2.0 N, 振り子の間隔 30 cm）

2からおもり1へ移動する際には振動幅が小さくなっていた。このように、2つのおもりの重心の振動幅には、うなりのような変化がみられることが分かった。このような変化は、張力が2.0 Nで振り子の間隔が14 cmの場合でも同様にみられた。これらのことから、横糸のたわみが大きいと、2つのおもり振動モードが逆向きとなる回数が増加し、それに伴って2つのおもりの重心の振動幅が短い周期で変化するため、2つのおもりの間のエネルギー伝達も短い周期で変化する（すなわち、共振周期が短くなる）ことになり、振動の入れ替わりが増えることになると考えることができる。以上より、仮説③、④は立証された。

5 結論・今後の展望

連成振り子における共振時のエネルギーの伝わり方を調べるために、共振が起こる要因、共振が起こりやすい条件を横糸の張力の大きさ・振り子の間隔を変えて実験を行ったところ、横糸の張力が小さいときや、振り子間の距離が短いときに共振が起こりやすく、エネルギーの伝わり方には、横糸のたわみが関係していることが分かった。

実験では、振り子の振動が入れ替わる際に、おもり1がおもり2に対して先行して振動していたが、それが逆転するときに存在していた。また、2つのおもりの重心の変動幅がうなりのように変化していた。今後はこれらの要因について明らかにしたい。

謝辞

本研究を行うにあたり、ご指導くださった皆様、本当にありがとうございました。

参考文献

國友正和ほか（2016）：改訂物理基礎，数研出

版
龍溪信行（1982）：連成振り子の共振周期，物理教育 30(3)，126-130.